المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات ١-١

التعليم الثانوي - نظام المسارات

السنة الأولى المشتركة

الفصل الدراسي الأول

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

يوزع مجاناً ولا يباع

المعطاة: x أوجد قيمة كل عبارة مما يأتي عند قيمة

1) $4x+7=4(6)+7=31$

2) $180(x-2)=180\times(8-2)=180\times6=1080$

3) $5x^2-3x=5\times2^2-3\times2=20-6=14$

4) $\frac{x(x-3)}{2}=\frac{5(5-3)}{2}=\frac{5\times2}{2}=5$

5) $x+(x+1)+(x+2)=3+(3+1)+(3+2)=12$

اكتب كل تعبير لفظي مما يأتي على صورة عبارة جبرية:

6) $5x-8$

7) x^2+3

حل كل معادلة فيما يأتي:

8) $8x-10=6x$
$8x-6x-10=0$
$2x-10=0$
$2x=10$
$x=10\div2$
$x=5$

9) $918+7x=10x+39$

$18+7x-10x-39=0$

$-21-3x=0$

$-3x=21$

$x=21\div(-3)$

$x=-7$

10) $3(11x-7)=13x+25$

$33x-21-13x-25=0$

$20x-46=0$

$20x=46$

$x=46\div 20$

$x=2.3$

11) $\frac{3}{2}x+1=5-2x$

$\frac{3}{2}x+1-5+2x=0$

$3.5x-4=0$

$3.5x=4$

$x=4\div 3.5$

$x=1.14$

قراءة:

12) سعر الكتاب الواحد $=\frac{52}{x}=\frac{52}{4}=13$

استعن بالشكل المجاور في مثال3 للإجابة عما يأتي:

13) $\angle AXE$, $\angle BXD$ زاويتين منفرجتين متقابلين بالرأس:

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

14) $\angle CXE$, $\angle CXB$ زاويتين متتامتين:

15) $\angle AXE$, $\angle BXA$ زاويتين متجاورتين على مستقيم:

16)

بما أن $\angle AXE$, $\angle BXD$ زاويتين متقابلين بالرأس إذن فهم متساويتان.

$$(3x+2)^\circ = 116^\circ$$

$$3x+2-116=0$$

$$3x-114=0$$

$$3x = 114$$

$$x = 38^\circ$$

17)

بما أن $\angle CXD$, $\angle DXE$ زاويتين مجموعهما 90°

$$(6x-13)^\circ+(10x+7)^\circ = 90^\circ$$

$$6x+10x-13+7=90^\circ$$

$$16x-6=90^\circ$$

$$16x=96^\circ$$

$$x = 6^\circ$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

1-1 التبرير الاستقرائي والتخمين
Inductive Reasoning and Conjection

1) اكتب تخميناً يصنف النمط في كل من المتتابعات الآتية، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1A) الشهر التالي في المتتابعة يأتي بعد خمسة أشهر من الشهر السابق؛ شوال.

1B) يقل العدد التالي في المتتابعة بمقدار 6 من العدد السابق؛ (-14).

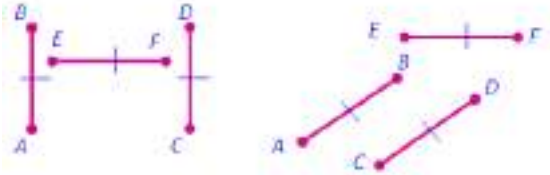
1C) يقسم كل مثلث مظلل في الشكل السابق إلى أربعة مثلثات أخرى في وسطها مثلث أبيض.

2A) ناتج جمع عددين زوجين هو عدد زوجي؛ أمثلة:

$2 + 4 = \underline{6}$، $8 + 10 = \underline{18}$ ، $16 + 20 = \underline{36}$

لاحظ أن الأعداد 6، 18، 36 جميعها زوجية

2B) العلاقة بين AB، EF:



$$AB = EF$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

2C) مجموع مربعي عددين كليين متتاليين عدد فردي؛ أمثلة:

$$1^2 + 2^2 = 5$$
$$2^2 + 3^2 = 13$$
$$5^2 + 6^2 = 61$$

تلقق

3) أسعار: يبين الجداول المجاور سعر منتج للسنوات من 1402 هـ إلى 1427 هـ.

3A)

3B) 46 ريالاً.

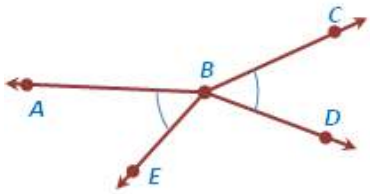
3C) إجابة ممكنة: نعم، هذا الاتجاه المتزايد معقول؛ لأنه من المحتمل أن يستمر سعر المنتج بالزيادة على مر السنين.

تلقق

4A) إجابة ممكنة: إذا كان $n=-4$ ، فإن $-n=-(-4)=4$ وهذا عدد موجب.

4B) عندما تكون النقاط A, B, D لا تقع على استقامة واحدة، والنقاط E, B, C لا تقع على استقامة واحدة، يكون التخمين خاطئاً. في الشكل الأتي: $\angle ABE \cong \angle DBC$ ولكن زاوية $\angle ABE$ ، $\angle DBC$ غير متقابلتين بالرأس.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي



اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها: المثال1

1) تزيد التكلفة كل مرة بمقدار 2.25 ريال عن المرة السابقة؛ 11.25 ريالاً.

2) يأتي كل موعد بعد 45 دقيقة من الموعد السابق له؛ 12.30 مساءً.

3) ينتقل التظليل إلى الجزء التالي كل مرة مع اتجاه عقارب الساعة.

4) يحتوي كل شكل في النمط دائرة إضافية خارجية زيادة على دوائر الشكل السابق.

5) كل حد في هذا النمط يساوي مجموع الحدين السابقين له؛ 24.

6) يزيد كل حد بمقدار 2 على مثلي الحد الذي يسبقه؛ 126.

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال2

7) ناتج ضرب عددين زوجيين هو عدد زوجي.

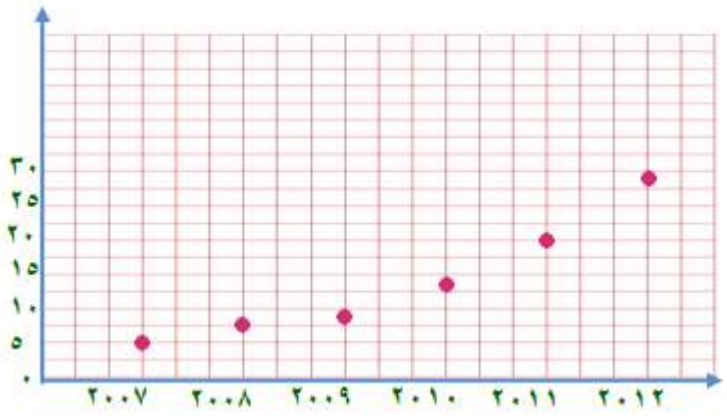
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

8) كل من a و b معكوس للآخر.

9) مجموعة النقاط في المستوى التي تبعد البعد نفسه عن النقطة A تكون دائرة.

10) طول $\overline{PB}$ يساوي ثلاثة أمثال طول $\overline{AP}$

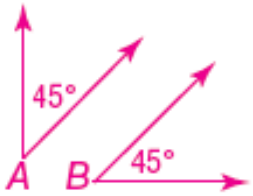
المثال3: 11a)



11b) سيكون عدد القطع عام 2017 نحو 35 قطعة.

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كل من التخمينات الآتية خاطئة: المثال3

12)



13)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

تدرب وحل المسائل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل متتابعة مما يأتي، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها. المثال1:

14) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 2 على الحد الذي يسبقه؛ 10.

15) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار 3 على الحد الذي يسبقه؛18.

16) يزيد كل حد في هذا النمط بمقدار4 على الحد الذي يسبقه؛ 24.

17) يحتوي كل حد في هذا النمط على الرقم 2 زيادة على أرقام الحد السابق له؛ 22222.

18) ينتج كل حد بتربيع العدد الطبيعي الذي يمثل ترتيبه؛ 25.

19) كل حد يساوي نصف الحد الذي يسبقه؛ $\frac{1}{16}$

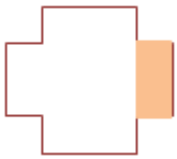
20) يأتي كل موعد بعد ساعتين ونصف الساعة من الموعد الذي يسبقه؛ 5:30 مساءً.

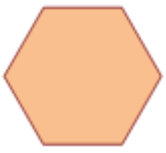
21) تقل كل نسبة مئوية عن النسبة السابقة بمقدار 7%؛ 79%.

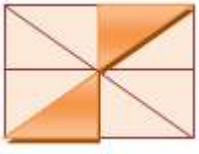
22) يأتي كل يوم عمل بعد يومين من يوم العمل السابق؛ السبت.

23) يعقد كل اجتماع بعد شهرين من الاجتماع السابق؛ رجب.

24)

25) 

26) 

27) 

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

28) رياضة: 2 km.

0.5 , 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2

ضع تخميناً لكل قيمة أو علاقة هندسية مما يأتي: المثال2:

29) الناتج عدد فردي.

30) الناتج عدد فردي.

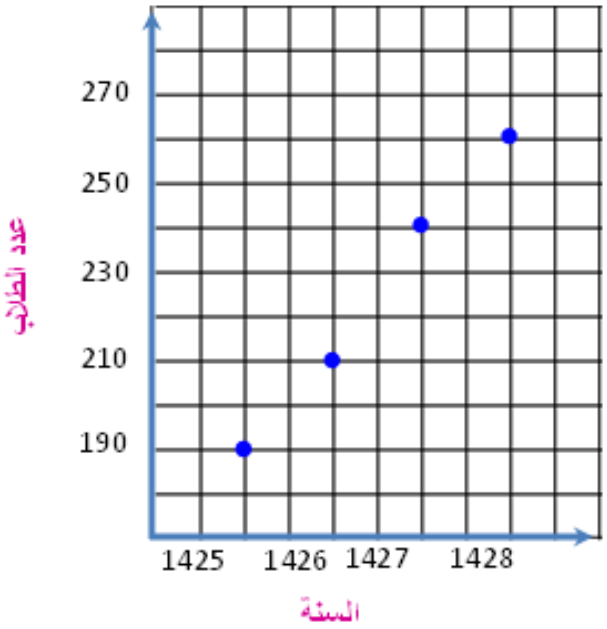
31) كل منهما مقلوب الآخر.

32) تشكل العمود المنصف لـ $\overline{AB}$

33) حجم المنشور يساوي 3 أمثال حجم الهرم.

34) مدارس: استعن بالجدول المجاور الذي يبين عدد الطلاب في مدرسة لأربع سنوات متتالية. (صـ ١٥) المثال3:

a)



.

b) أعداد الطلاب تزداد كل عام بمقدار ٢٠ طالب

حدد ما إذا كان أي من التخمينات الآتية صحيحاً أو خاطئاً، فإذا كلن خاطئاً، أعط مثالاً مضاداً. المثال4

35) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان n=2، فإن n + 1= 3 ، وهذا عدد أولي.

36) خاطئ؛ إجابة ممكنة: إذا كان x = 2، فإن x– = -2.

37) صحيح.

38) صحيح

سكان:

39a) النسبة المئوية لعدد السكان في منطقة مكة المكرمة وحدها يساوي 25.5% من سكان المملكة العربية السعودية.

39b) عدد سكان منطقة المدينة المنورة 1.8 مليون نسمة.

تخمين جولدباخ:

40a) 10 = 5 + 5 , 12 = 5 + 7 , 14 = 7 + 7 , 16 = 5 + 11

18 = 7 + 11 , 20 = 7 + 13

40b) خاطئ؛ لا يمكن كتابة العدد 3 على صورة مجموع عددين أوليين.

هندسة:

41a) عدد القطع المستقيمة من أربع نقاط = ٦ قطعة

عدد القطع المستقيمة من ٥ نقاط = ١٠٦ قطعة

41b) عدد القطع المستقيمة يساوي مجموع الأعداد الطبيعية الأقل من n.

41c) تتكون خمس عشرة قطعة مستقيمة. فالتخمين صحيح.

مسائل مهارات التفكير العليا

صـ ١٥

42) قول علي صحيح؛ لأن العدد 2 عدد أولي زوجي.

43) مسألة مفتوحة: 2, 4, 16, 256, 65536. يمكن إيجاد كل حد بتربيع الحد السابق له، كما يمكن إيجاد كل حد باستعمال الصيغة $2^{2^{n-1}}$ ، حيث $n \geq 1$

44) تبرير: خطأ؛ إذا كونت النقاط الثلاثة زاوية مستقيمة يكون التخمين صحيحاً، وأما إذا لم تكن النقاط الثلاثة على استقامة واحدة فيكون التخمين خطأ.

45) اكتب: أود أن أجري مسحاً لأنواع الأنشطة التي يمارسها الناس في عطلة نهاية الأسبوع، وأطرح الأسئلة الآتية:

ما عمرك؟

ما نوع النشاط الذي تفضل ممارسته في عطلة نهاية الأسبوع؟

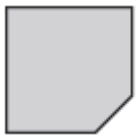
ما مدى مواظبتك على ممارسة هذا النشاط؟

ثم بعد ذلك استعمل التبرير الاستقرائي لإيجاد أنماط في الإجابات لتحيد ما إذا كان الأشخاص المتساوون في العمر يفضلون ممارسة الأنشطة نفسها أم لا.

تدريب على الاختبار المعياري

(صـ ١٦)

46) C.



47) $\frac{12}{11} = \frac{2\times1+10\times1}{10+1}$

48) B. $\angle DAC$ زاوية قائمة.

مراجعة تراكمية

49) أحواض السمك:

حجم الأسطوانة الدائرية القائمة = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة القاعدة $= \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi$

حجم الأسطوانة $= \left(\frac{25}{2}\right)^2 \times \pi \times 35 = 17180.6\ cm^3$

(50 $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$BC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2} = \sqrt{4+0} = 2\ CM$

$AB = \sqrt{(1-1)^2 + (2-6)^2} = 4\ CM$

$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{4+16}$

$AC = \sqrt{20} = 4.47\ CM$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه = 2 + 4 + 4.47 = 10.47

(51 $BC = \sqrt{(2-0)^2 + (-9+10)^2} = 2.23\ CM$

$AB = \sqrt{(-3-2)^2 + (2+9)^2} = 12.08\ CM$

$AC = \sqrt{(-3-0)^2 + (2+10)^2} = 12.37\ CM$

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه = $2.23 + 12.08 + 12.37 = 26.68$

(52 جبر:

زاويتين متتامتين أي مجموعهما = 90°

$16z - 9 + 4z + 3 = 90$

$20z - 6 = 90$

$20z = 90 + 6$

$20z = 96$

$z = 4.8$

$(16z - 9)^\circ = 16 \times 4.8 - 9 = 76.8$

$(4z + 3)^\circ = 4 \times 4.8 + 3 = 22.2$

(53 جبر:

$= 5|x + y| - 3|2 - z|$

$= 5|3 - 4| - 3|2 + 5|$

$= 5 - 21$

$= -16$

استعد للدرس اللاحق

(54

كل مربع هو مستطيل: إجابة خاطئة

(55

$9 = 3 \times 2 - 5$: إجابة صحيحة

(56

العدد 9 عدد أولي: إجابة خاطئة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

1A) $p \wedge q$: عبارة صحيحة.

p وq: الشكل مثلث وفي الشكل ضلعان متطابقان. كل من p وq صحيح، إذن العبارة المركبة $p \wedge q$ صحيحة.

1B) ليس p وليس r: عبارة خاطئة

الشكل ليس مثلثاً، و ليست جميع زوايا الشكل حادة. ليس p عبارة خاطئة، و ليس r عبارة صحيحة، إذن العبارة المركبة ليس p ، و ليس r عبارة خاطئة.

تحقق من فهمك:

2A) يناير هو أول شهر في السنة الميلادية أو يناير من أشهر فصل الربيع. بما أن r صحيحة فإن r أو p صحيحة.

2B) عدد أيام يناير 30 يوماً فقط أو يناير ليس أول شهر في السنة الميلادية. بما أن كلتا العبارتين q، r– خاطئة فإن $q \vee \sim r$ خاطئة.

2C) يناير من أشهر فصل الربيع، وعدد أيام شهر يناير ليس 30 يوماً. بما أن q □ صحيحة فإن $p \vee \sim q$ صحيحة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

3)

p	Q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

صـ ٢٠

4) **اختبارات:** يبين شكل فن المجاور عدد طلاب الصف الأول الثانوي الذين نجحوا والذين لم ينجحوا في اختباري الرياضيات أو الكيمياء.

A) 4 طلاب.

B) 46 طالباً.

C) طالبان

D) 55 طالباً

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها مفسراً تبريرك: المثال 1,2

1) في الأسبوع الواحد سبعة أيام، وفي الساعة الواحدة 60 دقيقة. بما أن كلاً من p و r صحيحة؛ إذن كل من p و r صحيحة.

2) في الأسبوع الواحد سبعة أيام وفي اليوم الواحد 20 ساعة، p صحيحة لكن q خاطئة إذن $p \wedge q$ عبارة خاطئة

3) في اليوم الواحد ٢٠ ساعة، أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $q \vee r$ عبارة صحيحة؛ لأن q خاطئة ، و r صحيحة

4) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام، أو في اليوم الواحد ٢٠ ساعة $\sim p$ أو q عبارة خاطئة لأن كلاً من $\sim p$ أو q خاطئة.

5) في الأسبوع الواحد سبعة أيام أو في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة. $p \vee r$ عبارة صحيحة لأن كلاً من p و r صحيحة.

6) ليس في الأسبوع الواحد سبعة أيام ، وليس في الساعة الواحدة ٦٠ دقيقة

$r \sqcup \wedge p \sqcup$ عبارة خاطئة لأن $\sim p$ خاطئة و $\sim r$ خاطئة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

7) أكمل جدول الصواب: المثال3

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

8) $p \wedge q$

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

9) $\sqcup p \vee \sqcup q$

P	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

10) لغات: مثال4

8 (a

3 (b

c) عدد الطلاب الذين يدرسون اللغة الفرنسية ولا يدرسون اللغة الايطالية.

تدرب وحل المسائل

(ص ٢١): المثالان1,2

١١) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتوجد حدود مشتركة للمملكة العربية السعودية مع العراق. r وp صحيحة لأن r صحيحة و p صحيحة.

١٢) الرياض عاصمة المملكة العربية السعودية، وتقع مكة المكرمة على الخليج العربي. $p \wedge q$ خاطئة، لأن p صحيحة وq خاطئة.

١٣) المملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق، أو المملكة العربية السعودية تقع غربي البحر الأحمر. $s \vee \sim r$ خاطئة لأن $\sim r$ خاطئة و s خاطئة.

١٤) المملكة العربية السعودية لها حدود مشتركة مع العراق، أو تقع مكة المكرمة على الخليج العربي $r \vee q$ صحيحة لأن r صحيحة وq خاطئة.

١٥) الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية، والمملكة العربية السعودية ليس لها حدود مشتركة مع العراق

$\sim p$ و $\sim r$ خاطئة لأن $\sim p$ خاطئة و$\sim r$ خاطئة

١٦) المملكة العربية السعودية لا تقع غربي البحر الأحمر، أو الرياض ليست عاصمة المملكة العربية السعودية

$p \sim \vee \sim s \sim$ صحيحة لأن $\sim s$ صحيحة و $\sim p$ خاطئة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

أكمل جدولي الصواب الآتيين: مثال3

(17

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(18 $\sim(\sim p)$

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
T	F	T
F	T	F
F	T	F

(19 $\sim(\sim r \wedge q)$

r	q	$\sim r$	$(\sim r \wedge q)$	$\sim(\sim r \wedge q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

(20

r	P	$\sim p$	$\sim p \wedge r$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

21) مكافئات

(a

الاختبار الأول	الاختبار الثاني	يسمح له بالذهاب
تفوق	تفوق	T
تفوق	لم يتفوق	T
لم يتفوق	تفوق	T
لم يتفوق	لم يتفوق	F

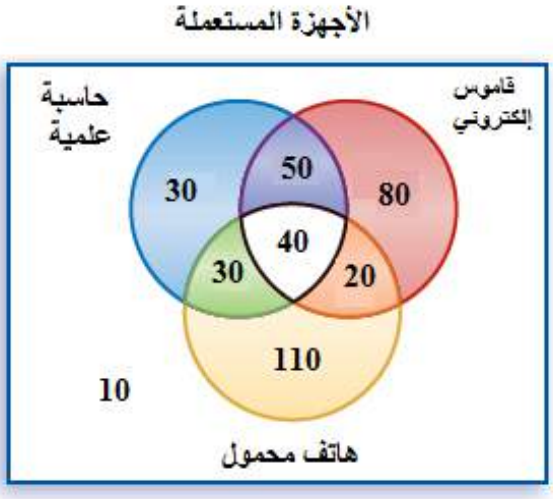
b) نعم

c) نعم

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

22) المثال4 الكترونيات:

a)



26) إلكترونيات.

a) 50

b) 40

c) 110

d) 20

e) عدد الأشخاص الذين لا يستعملون أياً من الأجهزة الثلاثة.

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

23) إذا كانت p,q صحيحة، فإن $p\wedge(q\wedge r)$ صحيحة

p	q	r	$q\wedge r$	$p\wedge(q\wedge r)$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
T	T	F	F	F
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	F	T	F	F
F	T	F	F	F
F	F	F	F	F

24) إذا كانت p,r صحيحتين فإن $p\wedge(\sim q\vee r)$ صحيحة بغض النظر عن كون q صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim q$	r	$\sim q\vee r$	$p\wedge(\sim q\vee r)$
T	T	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T
T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F
F	F	T	T	T	F
F	T	F	F	F	F
F	F	T	F	T	F

25) إذا كانت q, r صحيحتين فإن $(\sim p \vee q) \wedge r$ صحيحة بغض النظر عن كون p صحيحة أم خاطئة.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	r	$(\sim p \vee q) \wedge r$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

26) إذا كانت p, r, q صحيحة فإن $p \vee (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة .

p	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$p \vee (\sim q \wedge \sim r)$
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T
T	F	T	F	T	T	T
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	F	F	F
F	T	F	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T	T

27) إذا كانت p , q , r صحيحة فإن $\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$ صحيحة .

p	$\sim p$	q	$\sim q$	r	$\sim r$	$\sim q \wedge \sim r$	$\sim p \wedge (\sim q \wedge \sim r)$
T	F	T	F	T	F	F	F
T	F	F	T	T	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F	F
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	F
F	T	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	T	T	T

28) إذا كانت p , q صحيحة فإن $r \vee (p \vee q)$ صحيحة .

p	q	r	$\sim p$	$\sim r$	$(\sim p \vee q)$	$(\sim p \vee q) \vee \sim r$
T	F	T	T	F	T	T
T	F	F	T	F	F	F
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	T
F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T	T
F	T	T	F	T	T	T
F	T	F	F	T	T	T

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مسائل مهارات التفكير العليا

تحد:

29) يوجد مربع واحد على الأقل ليس مستطيلاً.

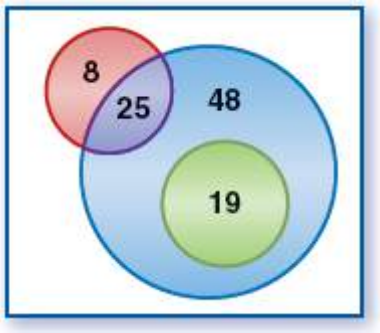
30) لا يدرس أي طالب اللغة الفرنسية.

31) يوجد على الأقل عدد حقيقي واحد ليس له جذر تربيعي حقيقي.

32) كل قطعة مستقيمة لها نقطة منتصف.

33) **تبرير:** غير صحيح أبداً، الأعداد الصحيحة هي أعداد نسبية وليست غير نسبية.

34) **اكتب:** إجابة ممكنة.أجري استطلاع شمل 100 شخص لمعرفة ما إذا كانوا يفضلون المثلجات بنكهة الفانيليا أو الفراولة أو الشيكولاته، فوجد أن 8 أشخاص يفضلون نكهة الفراولة فقط ، و25 شخص يفضلون نكهتي الفانيلا والفراولة، و48 شخصاً يفضلون نكهة الفانيليا فقط، و19 يفضلون نكهة الشيكولاته و الفانيليا.



35) **مسألة مفتوحة:** للمثلث ثلاث أضلاع وللمربع أربعة أضلاع ، كلتا العبارتين صحيحة ، ولذلك تكون العبارة المركبة صحيحة.

تدريب على الاختبار المعياري

36) A $m\angle A = m\angle C$

37) C $\frac{1}{3}$, 1 , $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{3}$, 3 , $\frac{11}{3}$

في هذا النمط نجد أن العدد في كل مرة بمقدار $\frac{2}{3}$

إذن $\frac{2}{3} + 3 =$ توحيد المقامات

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{1} = \frac{9+2}{3} = \frac{11}{3}$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مراجعة تراكمية

38) طعام: إجابة ممكنة، لاحظ جميل تقديم سلطة الفواكه يوم الثلاثاء وافترض أن هذا النمط سوف يستمر، ولذا فقد استعمل التبرير الاستقرائي.

خمن الحد التالي في كل من المتتابعات الآتية:

39) 11 ، نلاحظ أن العدد في كل مرة يزيد بمقدار 2

40) 81 ، كل عدد يُضرب في 3 إذن $3 \times 27 = 81$

41) $\frac{3}{8}$ ، اقسم كل عدد على 2 إذن $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$

جبر: حل كل من المعادلات الآتية:

42)

$$\frac{y}{2} - 7 = 5$$
$$\frac{y}{2} = 5 + 7$$
$$\frac{y}{2} = 12$$
$$y = 2 \times 12 = 24$$

43)

$$3x + 9 = 6$$
$$3x = 6 - 9$$
$$3x = -3$$
$$x = \frac{-3}{3} = -1$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

(44

$$4(m-5)=12$$
$$m-5=12\div 4$$
$$m-5=3$$
$$m=3+5$$
$$m=8$$

(45

$$6(w+7)=0$$
$$w+7=0\div 6$$
$$w+7=0$$
$$w=-7$$

(46

$$2x-7=11$$
$$2x=11+7$$
$$2x=18$$
$$x=18\div 2$$
$$x=9$$

(47

$$\frac{y}{5}+4=9$$
$$\frac{y}{5}=9-4$$
$$\frac{y}{5}=5$$
$$y=5\times 5=25$$

استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة كل من التعابير الجبرية الآتية للقيم المعطاة:

(48 $2y+3x$

$$2\times 3+3\times -1=6-3=3$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

(49 $2d - c$

$4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

(50 $m^2 + 7n$

$4^2 + 7 \times -2 = 16 - 14 = 2$

(51 $ab - 2a$

$(-2 \times -3) - (2 \times -2) = 6 + 4 = 10$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

1A) الفرض: للمضلع ستة أضلاع

النتيجة: المضلع سداسي.

1B) الفرض: بيعت جميع نسخ الطبعة الأولى

النتيجة: ستنجز طبعة ثانية من الكتاب.

2A) الفرض: لديك ٥أوراق نقدية من فئة الريال

النتيجة: يمكن أن تبادلها بورقة واحدة من فئة إل ٥ ريالات

أذا كانت لديك ٥ أوراق نقدية من فئة الريال فإنه يمكنك أن تبدلها بورقة واحدة من فئة الخمس ريالات.

2B) الفرض:الزاويتان متتامتان

النتيجة:مجموع قياسهما يساوي 90°

إذا كانت الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما يساوي 90°

3A) العبارة الشرطية خاطئة إذا كان $m\angle A = 55$ فأن $\angle A$ حادة أيضاً ولكن قياسها ليس 35°.

3B) العبارة الشرطية: صحيحة، الفرض $\sqrt{x} = -1$ خاطئ لأن الجذر التربيعي لا يكون سالباً لأي عدد وكذلك النتيجة خاطئة وعليه تكون العبارة الشرطية صحيحة.

4A)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(p \vee q)$	$(\sim p \vee \sim q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	F	F	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T

العبارتين $\sim(p \vee q)$ و $(\sim p \wedge \sim q)$ متكافئتين منطقيا

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين:

5A) العكس: إذا كانت الزاويتان متطابقتان فإن لهما القياس نفسه. صحيحة

المعكوس: إذا لم يكن لزاويتين القياس نفسه فإنهما غير متطابقتين. صحيحة

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان، فلا يكون لهما القياس نفسه.

5B) العكس: إذا كان الحيوان من القوارض فإنه فأر. خاطئة، السنجاب من القوارض لكنه ليس فأراً

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان فأراً فإنه لا يكون من القوارض. خاطئة السنجاب ليس فأراً ولكنه من القوارض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من القوارض فإنه ليس فأراً. صحيحة.

مثال مضاد:

العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان خفاشاً ، فإنه ثديي يستطيع الطيران

العكس: إذا كان الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران، فأنه يكون خفاشاً.خاطئة هناك ثدييات أخرى تستطيع الطيران مثل الليمور.

المعكوس: إذا لم يكن الحيوان خفاشاً، فإنه ليس من الثدييات التي تستطيع الطيران، خاطئة، الليمور من الثدييات وهو يستطيع الطيران.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الحيوان من الثدييات التي تستطيع الطيران فإنه ليس خفاشاً، صحيحة.

حدد الفرض و النتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال1

1) الفرض: اليوم هو الجمعة النتيجة: غداً هو السبت.

2) الفرض: $x2 + 5 > 7$ النتيجة: $x > 1$

3) الفرض: الزاويتان متكاملتين. النتيجة: مجموع الزاويتان يساوي $180°$

4) الفرض: نتج عن تقاطع مستقيمان زوايا قائمة. النتيجة: المستقيمان متعامدان.

اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي علي صورة(إذا كان فإن): مثال2

5) إذا تجاوز عمر الشخص 18 عاماً، فإنه يمكنه استخراج رخصة القيادة.

6) إذا كانت هذه جبنه، فإنها تحتوي على عنصر الكالسيوم.

7) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها بين $0°$ و $90°$.

8) إذا كان المثلث متطابق الأضلاع فإنه يكون متطابق الزوايا.

9a) مطر: إذا تكاثف بخار الماء الموجود في الغلاف الجوي، فإنه يسقط على شكل أمطار.

9b) إذا تجمد بخار الماء الشديد البرودة في الغيوم الركامية، فإنه يسقط على شكل برد.

9c) إذا كانت درجة الحرارة متدنية جداً إلى حد التجمد في الغلاف الجوي، فإن الهطل يكون على شكل ثلوج.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي، وإذا كانت العبارة صحيحة ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة، فأعط مثالاً مضاداً: مثال3

10) إذا كانت $x = -4$ فإن $(-4)^2 = 16$ الفرض في العبارة الشرطية صحيح لكن النتيجة خاطئة، وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

11) الفرض صحيح، أما النتيجة فهي خاطئة، لأن الرياض لا تقع في الأردن.أذن العبارة الشرطية خاطئة.

12) عندما يكون الفرض صحيحاً و النتيجة صحيحة أيضا، لأن يوم الجمعة بعد يوم الخميس فالعبارة الشرطية صحيحة.

13) يمكن أن يكون الحيوان ثوراً. الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة وهذا المثال المضاد يثبت أن العبارة الشرطية خاطئة.

14) صحيحة، الفرض خاطئ لأن قياس الزاوية القائمة $90°$ والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون دائماً صحيحة لذا، فهذه العبارة الشرطية صحيحة.

أوجد قيمة الصواب لكل عبارتين فيما يأتي:

(15

p	q	$(p \wedge q)$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

P	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

العبارتين $(p \wedge q) \sim$ و $p \wedge q \sim$ غير متكافئتين

(16

P	q	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

العبارتين $\sim(p \vee q)$ و $\sim p \vee \sim q$ غير متكافئتين

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيين ثم حدد ما إذا كان أي منها صحيحاً أو خاطئاً وأعط مثال مضاد إذا كان خاطئاً: مثال4

17) العكس: إذا كان العدد يقبل القسمة على 4، فإنه يقبل القسمة على 2 صحيحة.

المعكوس: إذا كان العدد لا يقبل القسمة على 2 فإنه لا يقبل القسمة على 4 صحيحة.

المعاكس الإيجابي: أذا لم يكن العدد يقبل القسمة على 4 فإنه لا يقبل القسمة على 2 خاطئة

مثال مضاد: العدد 6 لا يقبل القسمة على ٤ ولكنه يقبل القسمة على 2.

18) العكس: إذا كان العدد صحيحاً فإنه عدداً كلياً، خاطئة. مثال مضاد: 3 -

المعكوس: إذا لم يكن العدد كلياً فإنه ليس عدداً صحيحاً، خاطئة. مثال مضاد: 3 -

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن العدد صحيحاً، فإنه ليس عدداً كلياً ، صحيحة.

تدرب وحل المسائل

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية: مثال1

19) الفرض: الزاويتان متجاورتان. النتيجة: للزاويتان ضلع مشترك.

20) الفرض: أنت قائد. النتيجة: سوف اتبعك.

21) الفرض $3x-4=11$ ؛ النتيجة: $x=5$

22) الفرض: الزاويتان متقابلتان بالرأس. النتيجة: الزاويتان متطابقتين.

اكتب كل عبارة شرطية مما يأتي على صورة(إذا كان...فإن....): مثال2

23) إذا اشتريت خمس قوارير، فإنك تحصل على قارورة مجانية.

24) إذا حضرت الحفل، فإنك تحصل على هدية.

25) إذا تقاطع مستويان، فإن تقاطعهما مستقيم.

26) إذا كان الشكل دائرة فإن مساحته تساوي πr^2

27) إذا كانت الزاوية قائمة، فإن قياسها 90°

28) كيمياء: إذا كانت المادة فسفور، فإنها تنصهر عند 44° سيليزية.

29a) أحياء: إذا جرى الماء على سطح الأرض فإنه يصب في المسطحات المائية.

29b) إذا أعادت النباتات الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق النتح.

29c) إذا أعادت المسطحات المائية الماء إلى الهواء، فإن ذلك يتم عن طريق التبخر.

حدد قيمة الصواب لكل عبارة شرطية فيما يأتي: مثال3

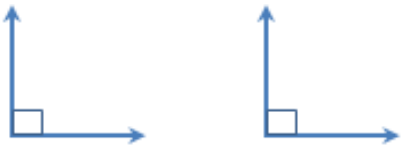
30) خاطئة، العدد 9 فردي ولكنه لا يقبل القسمة على 5.الفرض في العبارة الشرطية صحيح، لكن النتيجة خاطئة. وهذا المثال المضاد يثبت أن هذه العبارة الشرطية خاطئة.

31) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن الأرنب ليس حيواناً برمائياً ، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

32) صحيحة، الفرض خاطئ لأن جدة لا تقع في اليمن، والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

33) صحيحة، الفرض خاطئ. لأن مزج اللونين الأحمر بالأزرق ينتج اللون البنفسجي. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

34) خاطئة، الزاويتان متطابقتان غير إنهما غير متقابلتان بالرأس



الفرض في العبارة الشرطية صحيح، إلا أن النتيجة خاطئة والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة الشرطية.

35) خاطئة، يمكن أن يكون الحيوان صقراً.الفرض في العبارة الشرطية صحيح، ولكن النتيجة خاطئة، لذا فالعبارة الشرطية خاطئة، والمثال المضاد يثبت خطأ هذه العبارة.

36) صحيحة، الفرض خاطئ، لأن لون الموز لا يمكن أن يكون أزرق. والعبارة الشرطية التي يكون فيها الفرض خاطئاً تكون صحيحة دائماً، إذاً هذه العبارة الشرطية صحيحة.

طبيعة: استعمل العبارة أدناه لكتابة كل من العبارات الشرطية الآتية:

37) عبارة شرطية: إذا ظهرت على جسم الحيوان خطوط ، فإنه يكون حماراً وحشياً.خاطئة، ظباء الدكدك على أجسامها خطوط.

38) عكس العبارة الشرطية: إذا كان الحيوان حماراً وحشياً فإنه تظهر على أجسامه خطوط ، صحيحة.

39) معكوس العبارة الشرطية: إذا لم تظهر على جسم الحيوان خطوط فإنه ليس حمارا وحشياً، صحيحة. مثال مضاد: الدكدك

40)المعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية: إذا لم يكن الحيوان حماراً وحشياً، فلا تظهر على جسمه خطوط، خاطئة.

41)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$
T	T	F	F	T
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

(42

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim(\sim p \rightarrow \sim q)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	T	F
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F

p	q	$(p \rightarrow q)$	$\sim(p \rightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	T	F

F	F	T	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

(43

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	F
F	F	F	F	F

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee r$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	F	F
F	T	T	F	T
F	T	F	F	F
F	F	T	F	T
F	F	F	F	F

العبارتين غير متكافئتين منطقياً

اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي لكل من العبارات الشرطية الآتية: مثال4

44) العكس: إذا كنت تعيش في السعودية فإنك تعيش في الدمام، خاطئة. يمكن أن تكون في جدة.

المعكوس: إذا لم تكن تعيش في الدمام فإنك لا تعيش في السعودية، خاطيء:يمكن أن تعيش في الرياض.

المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن تعيش في السعودية فإنك لا تعيش في الدمام، صحيح.

45) العكس: إذا كان الطائر لا يستطيع الطيران فإنه نعامة، خطأ.يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعكوس: إذا لم يكن الطائر نعامة فإنه يستطيع الطيران ، خطأ يمكن أن يكون الطائر بطريقاً.

المعاكس الإيجابي: إذا أستطاع الطائر الطيران، فإنه لا يكون نعامة.صحيح

46) العكس: إذا كان مستطيلاً فإنه مربع .خاطئة، فالمستطيل لا تكون جميع أضلاعه متطابقة.

المعكوس: إذا لم يكن الشكل مربع فإنه لا يكون مستطيل.خطأ، يمكن أن يكون الشكل مستطيل حتى إن لم يكن مربع.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن الشكل مستطيل فلا يمكن أن يكون مربعا، صحيح.

47) العكس: إذا كان للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإنها تكون متطابقة.صحيح

المعكوس: إذا لم تكن القطع المستقيمة متطابقة فإنها لا يكون لها الطول نفسه.صحيحة.

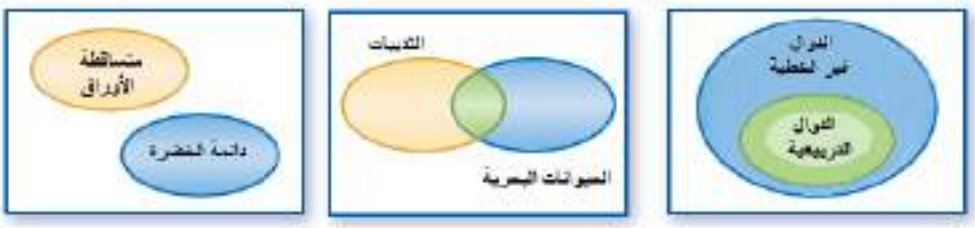
المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للقطع المستقيمة الطول نفسه، فإن هذه القطع لاتكون متطابقة.صحيح.

48) العكس: إذا كان قياس إحدى زوايا المثلث 90°، فإن المثلث قائم الزاوية صحيح

المعكوس: إذا لم يكن المثلث قائم الزاوية فإنه لا يحوي زاوية قياسها 90° .صحيح.

المعاكس الإيجابي: إذا كان المثلث لا يحوي زاوية قياسها 90° فإنه لا يكون مثلث قائم الزاوية.صحيح.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك:



49) خاطئة، المنطقة الزرقاء في شكل فن تحتوي الدوال غير الخطية وغير التربيعية.

50) خاطئة، تحتوي المنطقة الخضراء في شكل فن حيوانات ثديية وبحرية في الوقت نفسه.

51) صحيحة، لا توجد منطقة مشتركة بين المنطقتين اللتين تمثلان الأشجار المتساقطة الأوراق والأشجار الدائمة الخضرة.

52a) تمثيلات متعددة: منطقياً

إجابة ممكنة، إذا كنت تسكن مدينة جدة فأنت تسكن منطقة مكة المكرمة، وإذا كنت تسكن منطقة مكة المكرمة، فإنك تسكن المملكة العربية، وإذا كنت تسكن المملكة العربية فإنك تسكن في قارة أسيا.

52b) بيانياً

52c) منطقياً: إذا كنت تسكن في مدينة جدة، فإنك تسكن في قارة آسيا.نعم صحيح.

52d) إذا كانت a صحيحة فإن c صحيحة.

إذا كنا نعلم أن a صحيحة فإننا نعلم أن b صحيحة، وإذا كنا نعلم أن b صحيحة فإن c صحيحة أيضاً، إذاً عندما تكون a صحيحة فإن c تكون صحيحة.

مسائل مهارات التفكير العليا

53) اكتشف الخطأ: إجابة ممكنة، ماجد، عندما يكون الفرض خاطئاً في العبارة الشرطية تكون العبارة دائماً صحيحة.

54) تبرير:

نعم، بما أن النتيجة خاطئة، فيجب أن يكون عكس العبارة صحيح، والعكس والمعكوس متكافئان منطقياً، وعليه يكون المعكوس صحيحاً.

55) مسألة مفتوحة:

إجابة ممكنة ، إذا كان العدد ٤يقبل القسمة على ٢ فإن للطيور ريشاً، حتى يكون العاكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي جميعها صحيحة، يجب أن يكون الفرض والنتيجة صحيحين أو خاطئين معاً.

56) تحد:

الفرض للمعكوس هو $\sim p$: لم تدرك تكبيرة الإحرام مع الأمام

النتيجة للمعكوس هي $\sim q$: ذهبت إلى المسجد متأخراً

إذن العبارة الشرطية A هي: $p \rightarrow q$

إذا أدركت تكبيرة الإحرام مع الأمام، فإنك ذهبت إلى المسجد مبكراً

وعكس العبارة A هو $q \rightarrow p$ إذا ذهبت إلى المسجد مبكراً فإنك ستدرك تكبيرة الإحرام مع الإمام،

والمعاكس الايجابي للعبارة A هو $\sim q \rightarrow \sim p$ إذا لم تذهب إلى المسجد مبكراً فإنك لن تدرك تكبيرة الإحرام مع الأمام.

57) اكتب:

بما أن العبارة الشرطية والمعاكس الايجابي، متكافئتان منطقياً، فإن لهما قيمة الصواب نفسها.

العكس والمعكوس للعبارة الشرطية متكافئان منطقياً ، ولهما قيمة الصواب نفسها، ويكون للعبارة الشرطية ومعاكسها الايجابي نفسها قيمة صواب العكس والمعكوس، أو يكون لهما عكس قيمة صواب العكس والمعكوس.

تدريب على الاختبار المعياري

58) A

59) جبر: B

$$\frac{10a^2-15ab}{4a^2-9b^2}=\frac{5a\,(2a-3b)}{(2a-3b)\,(2a+3b)}=\frac{5a}{(2a+3b)}$$

مراجعة تراكمية

أنشئ جدول الصواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(60

p	Q	$q \wedge p$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(61

p	Q	$\sqcup q$	$\sqcup q \vee p$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

(62

p	Q	$\sqcup p$	$\sqcup p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

(63

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sqcup p \wedge \sqcup q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

اكتب تخميناً معتمداً على المعلومات المعطاة في كل مما يأتي:

64) النقاط J,H,K ليست على استقامة واحدة.

65) $R\ ,S\ ,T$ تقع على استقامة واحدة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

66) $ABCD$ مستطيل.

67) طائرة ورقية: $BC \cong CD, BD \cong CA, BA \cong DA$

استعد للدرس اللاحق

جبر: حدد العملية التي استعملتها لتحويل المعادلة 1 إلي المعادلة 2

68) قسمة كلا الطرفين على 8

69) إضافة $3x$ لكل من الطرفين.

70) ضرب كلا الطرفين في 3

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

اكتب كل عبارة شرطية ثنائية مما يأتي على صورة عبارة شرطية وعكسها. ثم حدد ما إذا كانت العبارة الشرطية الثنائية صحيحة أم خاطئة.

1) العبارة الشرطية: إذا كانت مجموع قياس زاويتين 90° فإن الزاويتان متتامتان صحيحة.

العكس: إذا كان الزاويتان متتامتان فإن مجموع قياسهما 90° ، صحيحة.

2) العبارة الشرطية: إذا كان اليوم هو الجمعة فإنه لا يوجد دوام في المدارس ، صحيحة.

العكس: إذا لم يكن هناك دوام في المدارس، فإن اليوم هو الجمعة. خاطئة، لأنه لا دوام في المدارس يوم الخميس أيضا.

3) العبارة الشرطية: إذا كان المستقيمين غير أفقيين فإنهما مستقيمان متقاطعان صحيحة.

العكس: إذا كان المستقيمان متقاطعان فإنهما غير أفقيين. خاطئة، المستقيمان الرأسيان المتوازيان لا يتقاطعان.

4) العبارة الشرطية: إذا كان $x = 2$ فإن $|2x| = 4$

العكس: إذا كان $|2x| = 4$ فإن $x = 2$. صحيحة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

1-4 التبرير الاستنتاجي

1A) التبرير الاستقرائي.

1B) التبرير الأستنتاجي.

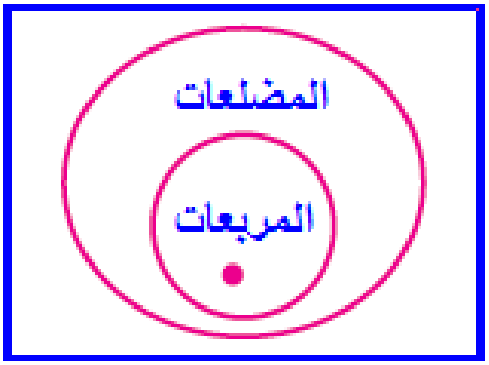
2A) غير صحيحة، قد تقع النقاط A,B,C في المستوى G وتكون على استقامة واحدة.

2B) صحيحة.قانون الفصل المنطقي.

تحقق من فهمك:

3) صحيحة، يقع هذا الشكل في دائرة المربعات، والتي تقع داخل دائرة المضلعات

لذا تكون النتيجة صحيحة.



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مثالان إضافيان:

2) خاطئة، يمكن أن يكون الشكل مستطيل.

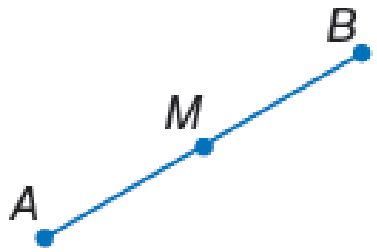
3) من المعطيات، جميع المثلثات متطابقة الأضلاع تكون حادة الزوايا، فالنتيجة صحيحة.

تحقق من فهمك(ص٣٦):

4) G

5) قانون القياس المنطقي AM = MB

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي



حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة الأستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي: مثال1

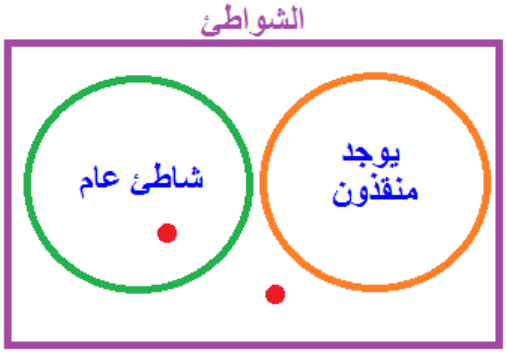
١) التبرير الأستنتاجي.
٢) التبرير الاستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادا على المعطيات فسر تبريرك:
مثال2

٣) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.
٤) غير صحيحة، قد يكون فيصل مرهقاً بسبب تمرين رياضي شاق.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتمادا على المعطيات فسر تبريرك باستعمال أشكال فن: مثال3

٥) غير صحيحة، يمكن أن يكون الشاطئ الجنوبي داخل دائرة الشاطئ العام أو خارجها.



٦) صحيحة، يقع عبد الله ضمن مجموعة الطلاب الذين اجتازوا اختبارات القبول، وتقع هذه الدائرة داخل الدائرة التي تمثل الطلاب الذين قبلوا في الكلية لذا فسوف يقبل عبد الله في الكلية.

اختيار من متعدد: مثال4

٧) C إذا كان المثلث قائم الزاوية، فإن زاويتيه الحادتين متتامتين.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته. مثال5

٨) إذا أنهى كمال عمله، فسوف يشتري مذياعاً، قانون القياس المنطقي.

٩) لا نتيجة، ليس شرطاً أن تكون ∠1 و∠2 متقابلتين بالرأس كي تكونا متطابقتين.

تدرب وحل المسائل

حدد ما إذا كانت النتيجة قائمة على التبرير الأستنتاجي أم التبرير الاستقرائي في كل مما يأتي: مثال1

١٠) التبرير استنتاجي.

١١) التبرير استقرائي.

١٢) التبرير الأستنتاجي.

١٣) التبرير الأستقرائي.

حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات: مثال2

١٤) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

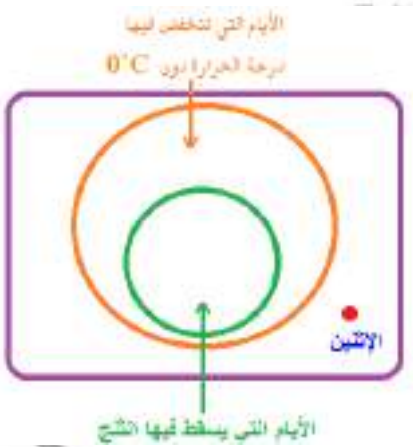
١٥) غير صحيحة، قد يكون الشكل مستطيلاً

١٦) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

١٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي

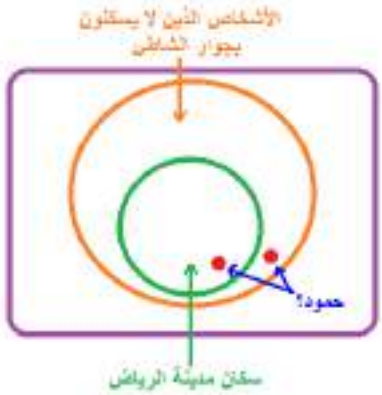
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا فيما يأتي اعتماداً علي المعطيات وفسر تبريرك باستعمال أشكال فن. مثال3

١٨) صحيحة، يقع يوم الاثنين خارج الأيام التي تنخفض فيها درجة الحرارة عن الصفر السيليزية، إذا لا يمكن أن يقع ضمن الأيام التي يسقط فيها الثلج، إذا فا النتيجة صحيحة.

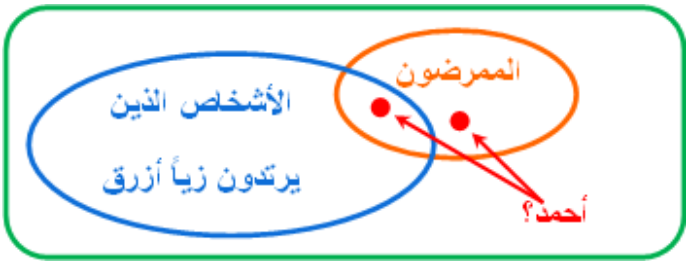


(19

غير صحيحة، يمكن أن يكون حمود ضمن الدائرة التي تمثل مدينة الرياض، أو ضمن الدائرة التي تمثل الأشخاص الذين لا يسكنون قرب الشاطئ وخارج الدائرة التي تمثل سكان مدينة الرياض.



20) غير صحيحة، يمكن أن يقع احمد ضمن دائرة الممرضين أو ضمن منطقة تقاطع الدائرتين، إذاً النتيجة غير صحيحة.



21) **الألعاب الأولمبية:** إذا وصل هادي صوعان خط النهاية بعد صاحب المركز الأول مباشرة فسيحصل على الميدالية الفضية.

استعمل قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

22) إجابة ممكنة، إذا حصلت شيماء على معدل 98% أو أكثر فإنه سيتم تكريمها.

23) لا نتيجة صحيحة.

24) إذا لم يكن المستقيمان في المستوى متوازيين، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.

استعمل قانون القياس المنطقي أو الفصل المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

25) مجموع قياسي ∠1 و∠2 يساوي 90° ؛ قانون الفصل المنطقي.

26) إذا كنت مثقفاً فأنت من زوار المكتبة العامة، قانون القياس المنطقي.

27) لا نتيجة صحيحة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مسائل مهارات التفكير العليا

28) اكتب:

لا يمكننا استعمال قانون القياس المنطقي؛ لأن الفرض في العبارة الشرطية الثانية هو نفي نتيجة العبارة الشرطية الأولى. وإذا ما أردنا أن نطبق قانون القياس المنطقي، يجب أن تكون نتيجة العبارة الأولى هي الفرض في العبارة الشرطية الثانية.

29) تحد:

قانون الفصل المنطقي

$$[(p \to q) \wedge p] \to q$$

قانون القياس المنطقي

$$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$$

30) مسألة مفتوحة:

(١) إذا حصل طالب الثانوية العامة على معدل 95% فما فوق، فإنه يكون متميزاً

(٢) إذا كان الطالب متميزاً في الثانوية العامة، فإنه سيبعث للدراسة في الخارج.

النتيجة: إذا حصل طالب الثانوية العامة على 95% فما فوق، فإنه سيبعث للدراسة في الخارج.

31) تحد: صحيحة، إجابة ممكنة: إذا حقق المثلث الخاصية B فإنه يحقق نظرية فيثاغورث، وإذا حقق نظرية فيثاغورث فإنه قائم الزاوية.

وبا ستعمال قانون القياس المنطقي نستنتج العبارة الشرطية الآتية:

إذا حقق المثلث الخاصية B يكون قائم الزاوية، والمعاكس الإيجابي لهذه العبارة هي الجملة المعطاة في السؤال.وله نفس قيمة صواب العبارة الأصلية وهي صحيحة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

32) اكتب:

وجه الشبه بين قانون القياس المنطقي وخاصية التعدي للمساواة أن كليهما يوظفان مفهوم أن كلاً من القيمتين المتكافئتين لنفس القيمة تكونان متكافئتين.والاختلاف بينهما أن قانون القياس المنطقي يستعمل للحصول على نتيجة من عبارتين شرطيتين، في حين تستعمل خاصية التعدي للمساواة لتحديد علاقة عددية بين قيمتين.

تدريب على الاختبار المعياري

33) D حصل خليل على علبة عصير مجاناً

34) إجابة شبكية: D

أخذ نقطتين يمر بهم المستقيم وليكن (2،1-) و (2-،0)

وميل المستقيم = فرق الصادات على فرق السينات

إذن الميل = $\frac{-2-(2)}{0-(-1)} = \frac{-4}{1} = -4$

مراجعة تراكمية

تسويق:

35) إذا زرت محل النجوم لصيانة الحواسيب، فإنك تبحث عن السرعة والأمان.

36) هناك تميز بالسرعة والأمان.

أنشئ جدول صواب لكل من العبارات المركبة الآتية:

(37 a وb

a	b	a وb
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(38 p ~ أو q~

p	⊔ p	q	⊔ q	p □ أو □ q
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T

(39 k و ~m

k	m	⊔ m	k □ m
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

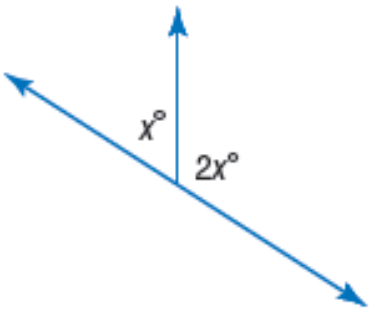
(40 y ~ أو z

y	⊔ y	z	y أ □ z
T	F	T	T
T	F	F	F

F	T	T	T
F	T	F	T

جبر: أوجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية:

(41

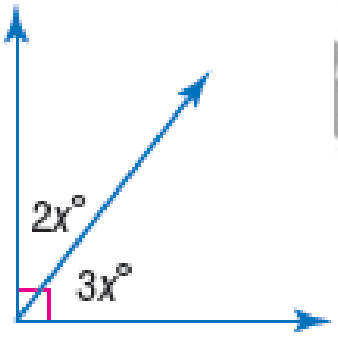


$$x^\circ + 2x^\circ = 180^\circ$$

$$3x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{3} = 60^\circ$$

(42

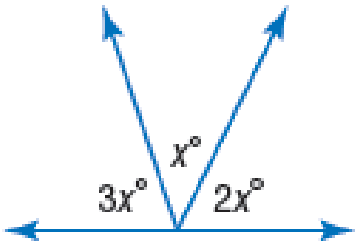


$$2x^\circ + 3x = 90^\circ$$

$$5x^\circ = 90^\circ$$

$$x^\circ = \frac{90}{5} = 18^\circ$$

43)



$$x^\circ + 2x^\circ + 3x^\circ = 180^\circ$$

$$6x^\circ = 180^\circ$$

$$x^\circ = \frac{180}{6} = 30^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

هل يمكن افتراض صحة أي العبارات الآتية اعتماداً على الشكل المجاور؟ فسر إجابتك:

44) نعم، يشير الرمز ⌐ إلى أن $\angle DAB$ قائمة.

45) نعم، زاويتان متقابلتان بالرأس.

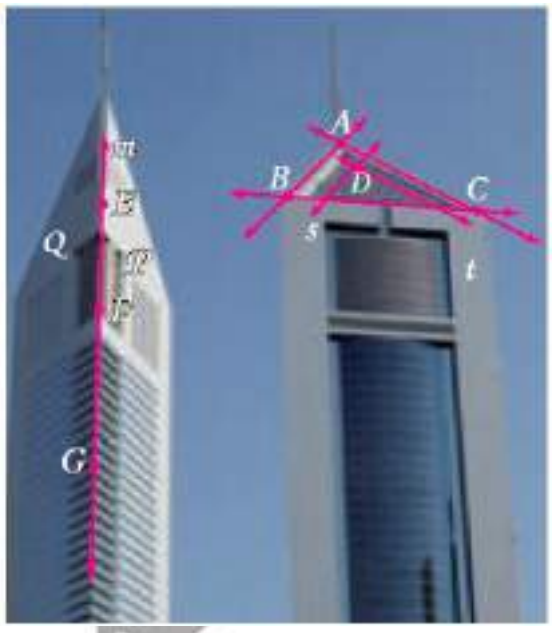
46) لا، لا يوجد ما يدل على قياسي هاتين الزاويتين.

47) لا، لا نعلم شيء عن $m\angle ABC$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

1-5 المسلمات والبراهين الحرة

تلقق



1A) تشكل النقاط A,B,C الرؤوس الثلاثة للسقف، وبحسب المسلمة 1.2 فإن هناك مستوى واحد فقط يمر بها.

1B) يتقاطع وجهي البناية في الحافة التي تمثل المستقيم m فيتقاطع المستويان P,Q اللذان يحتويان وجهي البناية في المستقيم m بحسب المسلمة 1.7

2A) صحيحة، دائماً، هناك على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة تحدد مستقيمين متقاطعين.

2B) غير صحيحة أبداً، لكي تتقاطع ثلاث مستقيمات في نقطتين يجب ان يكون اثنان منهما متوازيان.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

المعطيات: C تقع بين A , B

$\overline{AC} \cong \overline{CB}$

المطلوب: أثبات أن C نقطة منتصف $\overline{AB}$

البرهان:

من المعطيات $\overline{AC} \cong \overline{CB}$

ومن تعريف القطع المستقيمة المتطابقة فإن طول $\overline{AC}$

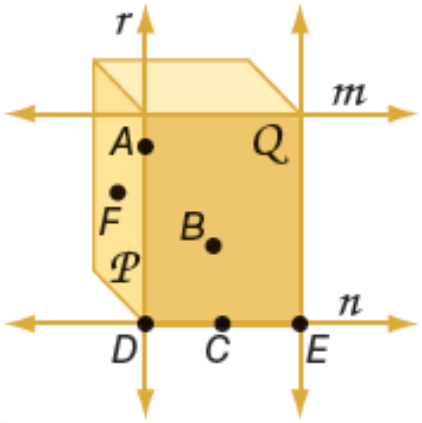
يساوي طول $\overline{CB}$

ومن تعريف نقطة المنتصف فإن C نقطة منتصف $\overline{AB}$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

اشرح كيف توضح الصورة صحة كل من العبارات الآتية، ثم اذكر المسلمة التي استعملتها لبيان صحة كل عبارة: مثال1



1) يشترك الوجهان الأمامي والأيسر في الحرف الذي يمثل المستقيم r ، يتقاطع المستقيمان Q,P في المستقيم r فقط بحسب المسلمة 1.7

2) أحرف الشكل تمثل مستقيمات متقاطعة.المستقيمان n,r يتقاطعان في موقع واحد هو النقطة D.المسلمة 1.6 تنص على انه إذا تقاطع مستقيمان، فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

3) الحرف السفلي للشكل من الجهة الأمامية هو المستقيم n الذي يحتوي النقاط C,D,E .والمسلمة 1.7 تنص على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

4) الجانب الأيسر من الشكل أو المستوىP يحتوي النقاط A,F,D .والمسلمة 1.4 تنص على أن المستوى يحتوي على الأقل ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

5) النقطتان E,D واقعتان على المستقيم n ، وكذلك في المستوىQ والمسلمة 1.5 تنص على انه إذا وقعت نقطتان في مستوى فإن المستقيم الذي يحويهما يقع بكامله في هذا المستوى.

6) المستقيم r يحتوي النقطتين A,D المسلمة1.1 تنص على انه يوجد مستقيم واحد فقط يمر بنقطتين.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وفسر تبريرك. المثال2

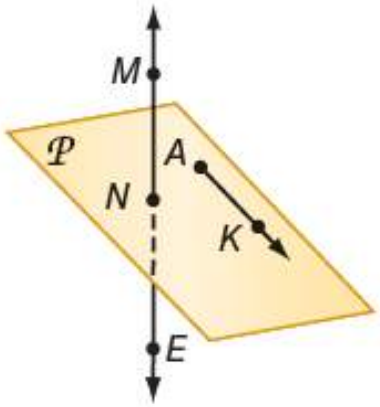
7) صحيحة أحياناً، إذا تقاطعت ثلاث مستويات فيمكن أن يكون تقاطعهما نقطة أو مستقيم.

8)غير صحيحة أبداً، بسبب المسلّمة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

9) صحيحة دائماً، بحسب المسلّمة1.1 يمر مستقيم واحد فقط بنقطتين معلومتين.

في الشكل المجاور:

اذكر المسلّمة التي تثبت صحة كل من العبارات الآتية:

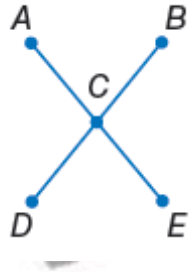


10) المسلّمة 1.2 أي ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة، يمر بها مستوى واحد فقط.

11) المسلّمة 1.3 المستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

12) المسلّمة 1.4 يحتوي المستوى ثلاث نقاط على الأقل.

13) برهان: المثال3



بما أن C نقطة منتصف كل من $\overline{AE}, \overline{DB}$

فإن $AC = CE = \frac{1}{2}AE$ وأيضاً $DC = CB = \frac{1}{2}DB$

وذلك بتعريف نقطة المنتصف.

من المعطيات: $\overline{AE} \cong \overline{DB}$ ، ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة

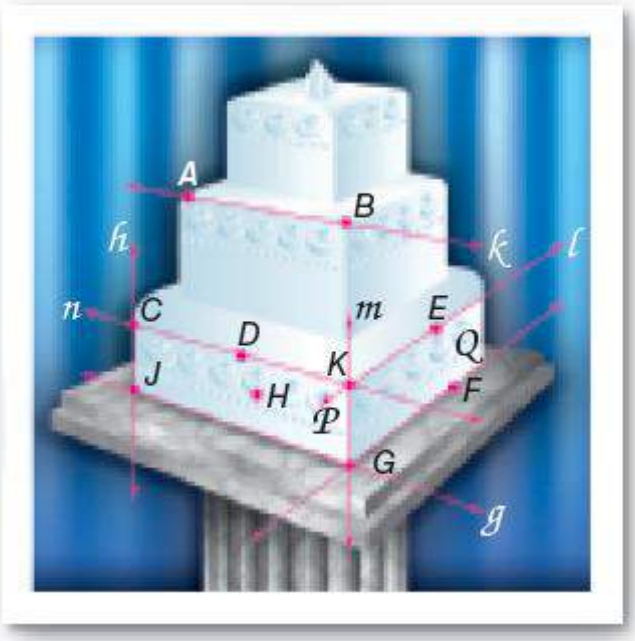
$\overline{AE} = \overline{DB}$ ، ومن خاصية الضرب للمساواة $\frac{1}{2}DB = \frac{1}{2}AE$

وبالتعويض ينتج أن $AC = CB$.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

تدرب وحل المسائل

كعك:



14) تشكل الحواف العلوية للطبقة السفلية مستقيمات متقاطعة.

يتقاطع المستقيمان l,n في نقطة واحدة هي K المسلمة 1.6

15) يشترك الوجهان الأماميان في الحرف الذي يمثل المستقيم m ، ويتقاطع المستقيمان P,Q في المستقيم m فقط بحسب المسلمة 1.7

16) الوجه الأمامي الأيسر من الطبقة السفلية من الكعكة يحتوي النقاط H,K,D

ويكون مستوى، وبحسب المسلمة 1.2 يمر مستوى واحد فقط في ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

17) الحرف العلوي للطبقة السفلية هو المستقيم n ، تقع النقاط C,D,K على هذا الحرف، لذا فإنها تقع على المستقيم n تنص المسلّمة 1.3 على أن المستقيم يحوي على الأقل نقطتين.

18) الوجه الأمامي الأيمن من الطبقة السفلية للكعكة، يحتوي النقاط G,K,E,F

والتي تمثل مستوى.تنص المسلمة1.2 على انه يوجد مستوى واحد يمر في أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة.

19) الوجه الأمامي الأيمن يحتوي النقطتين E,F وأي مستقيم يمر بهما يقع في المستوى الذي يمثله هذا الوجه وهذا بحسب المسلمة 1.5

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

20) أحرف الطبقة السفلية تشكل مستقيمين متقاطعين. يتقاطع المستقيمان g, h في النقطة j وبحسب المسلمة 1.6، إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة فقط.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يلي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك

21) صحيحة دائماً.تنص المسلّمة 1.2على أن أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

22) غير صحيحة أبداً، تنص المسلمة1.1 على أن أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

23) صحيحة أحياناً، لا يشترط أن تكون النقاط على استقامة واحدة حتى تقع في المستوى نفسه.

24) صحيحة دائماً، تنص المسلمة 1.5 على انه إذا وقعت نقطتان في مستوى، فأن جميع نقاط المستقيم المار بهما تقع في هذا المستوى.

25) صحيحة أحياناً، يجب أن تكون النقاط ليست على استقامة واحدة.

26) برهان: المثال3

المعطيات: Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$

Z نقطة منتصف $\overline{YW}$

المطلوب: $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$

البرهان: تعلم أن Y نقطة منتصف $\overline{XZ}$ و Z نقطة منتصف $\overline{YW}$، وبتعريف نقطة المنتصف $\overline{XY} \cong \overline{YZ}$ و $\overline{YZ} \cong \overline{ZW}$ ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة

$XY = YZ$ و $YZ = ZW$، باستعمال خاصية التعدي للمساواة $XY = ZW$

إذن $\overline{XY} \cong \overline{ZW}$ بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

27) برهان:

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

المعطيات: L نقطة منتصف $\overline{JK}$

$\overline{JK}$ تتقاطع مع $\overline{MK}$ في K و $\overline{MK} \cong \overline{JL}$

المطلوب: $\overline{MK} \cong \overline{LK}$

البرهان: تعلم أن L نقطة منتصف $\overline{JK}$ و أن $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ من نظرية نقطة المنتصف ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{LK}$

وبما أن $\overline{MK} \cong \overline{JL}$ إذن $\overline{LK} \cong \overline{MK}$

28) خرائط

28a) إجابة ممكنة، بما انه يوجد مستقيم واحد يمر بأي نقطتين

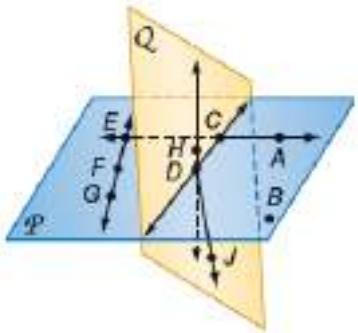
وان الطريق (1) يبدوا مستقيماً يمر بالنقطتين A,B

فإنه اقصر الطريقين.

28b) الطريق 2 هو الأسرع

في الشكل المجاور:

اذكر المسلّمة التي يمكن استعمالها لإثبات صحة كل عبارة مما يأتي:



29) المسلّمة1.1 أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

30) المسلّمة 1.3 كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

31) المسلّمة1.1 اي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

32) المسلّمة 1.2 أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.

33) المسلّمة 1.4 كل مستوى يحتوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.

34) المسلّمة 1.7 إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما يكون مستقيماً.

هندسة عمارة:

35) صمم احمد سطح منزله بحيث يكون مائلاً ويجب أن يكون ميل السطح على الأقل 4 بوصات لكل قدم، إلا أن ميل سطح منزل احمد هو 2 بوصة لكل قدم وهي اقل من 4 بوصات لكل قدم مما يعني أن الميل في التصميم غير كافي.

رياضة:

36a) مباراة $7+6+5+4+3+2+1=28$

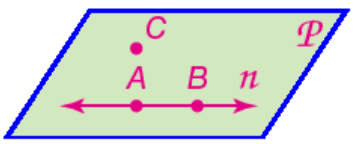
36b)

المسلّمة 1.1

36c) إذا كان هناك n فريق مشارك في البطولة، فإن عدد مباريات الدور الأول يساوي: $1+\cdots+(n-2)+(n-1)$

مسائل مهارات التفكير العليا

37) مسألة مفتوحة:

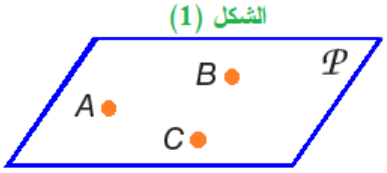


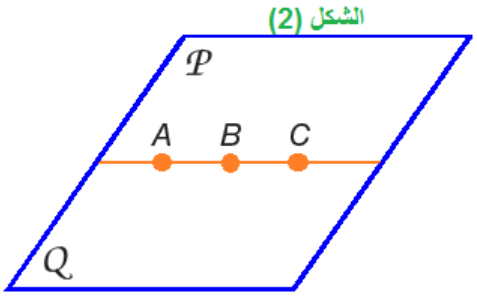
هذا الشكل يحقق المسلّمتين1.1 و1.3 لأن النقطتين A,B يمر بهما مستقيم واحد فقط.
وأيضاً يحقق المسلّمتين 1.2 و1.4 لأن ثلاث نقاط تقع في مستوى واحد ، وكذلك يحقق المسلّمة 1.5 لأنه توجد نقطتين A,B تقعان في المستوى، والمستقيم n الذي يمر بهما أيضاً يقع في المستوى P

38) اكتشف الخطأ:

سعيد؛ يجب أن يبدأ البرهان بالمعطيات، و هي أن $\overline{AB}$ تطابق $\overline{BD}$ ، و النقاط A, B, D تقع على إستقامة واحدة.

39) تبرير:





صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط لا تقع على استقامة واحدة فهناك مستوى واحد فقط يمر في هذه النقاط بحسب المسلمة 1.2 والشكل (1) يوضح ذلك.

أما إذا كانت النقاط تقع على استقامة واحدة، فإنه يوجد عدد لانهائي من المستويات التي تمر بها.يوضح شكل(2) مستويين يمران في ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة، ويمكن رسم مستويات أخرى من الدوران حول هذه النقاط الثلاثة.

40) اكتب:

المسلمات والنظريات، يمكن أن تستعمل جميعها في البراهين.
يمكن إثبات النظريات فقط، ويمكن أن تفسر المفاهيم غير المعرفة من خلال الأمثلة أو الوصف، في حين يمكن تفسير المفردات المعرفة من خلال استعمالنا للمفردات غير المعرفة أو مفردات معرفة أخرى، إما المسلمات فهي العبارات التي تقبل على أنها صحيحة دائماً.

تدريب على الاختبار المعياري

41) H يوجد على الأقل مستقيمان يحويان النقطتين نفسيهما.

42) D ٦ اكبر عدد من المناطق التي تتشكل عندما تقطع ثلاثة مستقيمات مختلفة دائرة.

مراجعة تراكمية

استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل علي نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية:

43) لا نتيجة.

44) $m\angle EFG$ أقل من 90° قانون الفصل المنطقي.

اكتب العبارتين الشرطيتين على صورة (إذا كان.... فإن.....)

45) إذا كان الطالب متفوقاً فإن اسمه يكتب في قائمة الشرف.

46) إذا كان الشخص بطلاً فإنه يخشى أن يخسر.

استعد للدرس اللاحق

حل كل من المعادلات الآتية:

47) $4x - 3 = 19$

$4x = 19 + 3$
$4x = 22$
$x = 22 \div 4$
$x = 5.5$

(48 $\frac{1}{3}x+6=14$

$\frac{1}{3}x=14-6$

$\frac{1}{3}x=8$

$x=3\times 8$

$x=24$

(49 $5\left(x^2+2\right)=30$

$x^2+2=30\div 5$

$x^2+2=6$

$x^2=6-2$

$x^2=4$

$x=\sqrt{4}$

$x=2,-2$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

اكتب تخميناً يصف في كل متتابعة مما يأتي، ثم أستعمله لإيجاد الحد التالي في كل منها.

1) الحد التالي: 40 ، كل عنصر في هذا النمط ينتج من جمع العنصرين اللذين يسبقانه.

2) الحد التالي:

يحاط الشكل التالي في النمط بمربع أخر.

أعط مثالاً مضاداً يبين أن كلا من التخمينين الآتيين خاطئ:

3) إذا لم تكن A,B,C على استقامة واحدة فلن يكون ذلك صحيحاً.

4) عندما $n=1$ يكون التخمين خاطئاً لأن $1<1^3$ خاطئة.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه، ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك:

5) في الأسبوع الواحد 7 أيام، وصفر هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم خاطئة، لأن صفر ليس الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم.

6) في الأسبوع الواحد 7 أيام وفي اليوم الواحد 24 ساعة صحيحة، لأن كلاً من p,q صحيحة.

7) في الأسبوع الواحد 7 أيام وصفر ليس هو الشهر الذي يأتي قبل شهر محرم صحيحة، لأن كلاً من p,r صحيحة.

8)

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T
T	T	F	T

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حدد الفرض والنتيجة في كل من العبارات الشرطية الآتية:

9) الفرض: المضلع له خمسة أضلاع. النتيجة: المضلع خماسي.

10) الفرض: $4x-6=10$ النتيجة: $x=4$

11) الفرض: قياس الزاوية اقل من 90°. النتيجة: الزاوية حادة.

حدد قيمة الصواب لكل من العبارتين الشرطيتين الآتيتين. وإذا كانت أيهما صحيحة، ففسر تبريرك، وإذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً.

12) صحيحة، $m\angle 1+m\angle 2=180^\circ$

13) خاطئة $\angle 1, \angle 3$ متطابقتان.

استعمل أشكال فن أدناه لتحديد قيمة الصواب لكل من العبارات الشرطية الآتية. وفسر تبريرك.

14) صحيحة: جميع المربعات مستطيلات.

15) صحيحة: المستقيمان المتعامدان يتقاطعان، في حين لا يتقاطع المستقيمان المتوازيان أبداً.

16) كرة قدم: صحيحة، أحرز فريق الفرسان أهدافاً أكثر في المباراة النهائية، فهو الفريق الفائز، إذاً فريق الفرسان هو من فاز بالكأس.

17) اختيار من متعدد: C إذا كنت أحد طلاب المدرسة الثانوية، فإن عمرك يؤهلك لقيادة السيارة.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. وفسر تبريرك.

18) صحيحة أحياناً، تنص المسلّمة 1.4 على أن المستوى يحوي على الأقل ثلاث نقاط، لا تقع على استقامة واحدة.

19) صحيحة دائماً، تنص المسلّمة 1.1 على أن كل نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.

20) غير صحيحة أبداً، تنص المسلمة 1.3 على أن كل مستقيم يحتوي نقطتين على الأقل.

1-6 البرهان الجبري

اذكر الخاصية التي تبرر كلا من العبارتين الآتيتين:

1A) خاصية الجمع للمساواة التي تنص على إذا كان $a=b$ فإن $a+c=b+c$.

1B) خاصية التماثل للمساواة التي تنص على إذا كانت $a=b$ فأن $b=a$

1C)

$2x-13=-5$ (معطيات)

$2x-13+13=-5+13$ (خاصية الجمع للمساواة)

$2x=8$ (التبسيط)

$x=4$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين:

2A) المعطيات: $\frac{5x+1}{2}-8=0$

المطلوب: $x=3$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $\frac{5x+1}{2}-8=0$ (المعطيات)

2) $\frac{5x+1}{2}=8$ (خاصية الجمع للمساواة)

3) $8 \times 2 = 2 \times (\frac{5x+1}{2})$

4) $16 = 5x + 1$ (بالتبسيط)

5) $5x = 15$ (خاصية الطرح للمساواة)

6) $x = 3$ (خاصية القسمة للمساواة)

2B) فيزياء:

$t \cdot \frac{u+v}{2} = d$ (معطيات)

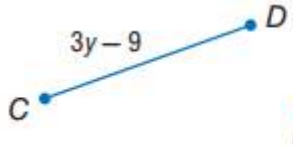
$\frac{u+v}{2} = \frac{d}{t}$ (خاصية القسمة للمساواة)

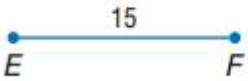
$2\frac{u+v}{2} = 2\left(\frac{d}{t}\right)$ (خاصية الضرب للمساواة)

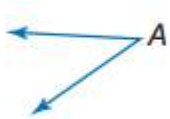
$u + v = \frac{2d}{t}$ (بالتبسيط)

$\frac{2d}{t} - v = u$ (خاصية الطرح للمساواة)

$u = \frac{2d}{t} - v$ (خاصية التماثل للمساواة)







3A) المعطيات: $\angle A \cong \angle B$

$37^\circ = m\angle A$

المطلوب: $m\angle B = 37^\circ$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\angle A \cong \angle B$ و $m\angle A = 37^\circ$ (المعطيات)

2) $m\angle A = m\angle B$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $m\angle B = 37^\circ$ (خاصية التماثل)

3B) المعطيات: $\overline{CD} \cong \overline{EF}$

$EF = 15$, $CD = 3y - 9$

المطلوب: $Y = 8$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{CD} \cong \overline{EF}$ (المعطيات)

2) $CD = EF$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3y - 9 = 15$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $3y = 24$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $y = 8$ (خاصية القسمة للمساواة)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: مثال ١

1) خاصية التماثل للمساواة.

2)

$2(x+5)=11$ (معطيات)

$2x+10=11$ (خاصية التوزيع)

$2x=11-10$ (خاصية الطرح)

$x=\frac{1}{2}$ (خاصية القسمة)

3) أكمل البرهان الآتي : مثال٢

a) العبارات: $\frac{y+2}{3}=3$

b) المبررات: خاصية الضرب بالمساواة

c) العبارات: $y+2=9$ المبررات: التبسيط

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: مثالان٣، ٤

4)

المعطيات: $24=-4(x-3)+5x$

المطلوب: $x=12$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $-4x+12+5x=24$ خاصية التوزيع

$24=x+12$ خاصية الجمع للمساواة

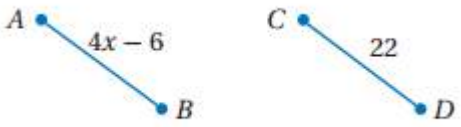
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

$x = 24 - 12$ خاصية الطرح للمساواة

$x = 12$ خاصية التبسيط

5)



المعطيات:

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $x = 7$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

2) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $4x - 6 = 22$ (بالتعويض)

4) $4x = 28$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $x = 7$ (خاصية القسمة للمساواة)

6a) صحة:

البرهان:

1) 1) $T = 0.75(220 - a)$

2) $\frac{T}{0.75} = 220 - a$

3) $-a = \frac{T}{0.75} - 220$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

4) $a = -\frac{T}{0.75} + 220$

5) $-\frac{T}{0.75} + 220 = a$

6) $220 - \frac{T}{0.75} = a$

6b) عمره 16 سنة

$a = 220 - \frac{153}{0.75}$

$a = 220 - 204$

$a = 16$

تدرب وحل المسائل

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي: المثال ١

7) خاصية الطرح للمساواة.

8) خاصية الضرب للمساواة.

9) خاصية التوزيع للمساواة.

10) خاصية التوزيع للمساواة.

11)

$4(x-5) = x+2$ (معطى)

$4x - 20 = x + 2$ (خاصية التوزيع)

$4x - x = 20 + 2$ (خاصية الجمع)

$3x = 22$ (خاصية الطرح)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

$x = \frac{22}{3}$ خاصية القسمة

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

12) خاصية التعدي

13) خاصية الانعكاس.

14) خاصية الضرب للمساواة.

15) خاصية التعويض.

16) خاصية التعدي للمساواة

أكمل البرهانين الآتيين: المثالان ٣، ٢

17)

العبارات	المبررات
a) $\frac{8-3x}{4} = 32$	a) معطيات
b) $4\left(\frac{8-3x}{4}\right) = 4(32)$	b) خاصية الضرب للمساواة
c) $8-3x = 128$	c) بالتبسيط
d) $-3x = 120$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $x = -40$	e) خاصية القسمة للمساواة

18) علوم:

$d = vt + \frac{1}{2}at^2$ (معطى)

$2d = 2vt + at^2$ (خاصية الضرب للمساواة)

$at^2 = 2d - 2vt$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a = \frac{2d - 2vt}{t^2}$ (خاصية القسمة للمساواة)

اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينين الآتيين: المثال٣

(19

المعطيات: $-\frac{1}{3}n = 12$

المطلوب: $n = -36$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $-\frac{1}{3}n = 12$ (معطيات)

2) $-3\left(\frac{-1}{3}n\right) = -3 \times 12$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $n = -36$ (بالتبسيط)

(20

المعطيات: $-3r + \frac{1}{2} = 4$

المطلوب: $r = -\frac{7}{6}$

البرهان: العبارات(المبررات)

1) $-3r + \frac{1}{2} = 4$ (معطيات)

2) $2\left(-3r+\frac{1}{2}\right)=2\times 4$ (خاصية الضرب للمساواة)

3) $-6r+1=8$ (بالتبسيط)

4) $-6r=7$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $r=-\frac{7}{6}$ (خاصية القسمة للمساواة)

21a) علوم

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $PV=nRT$ (معطيات)

2) $\frac{PV}{nR}=\frac{nRT}{nR}$ (خاصية القسمة للمساواة)

3) $\frac{PV}{nR}=T$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $T=\frac{PV}{nR}$ (خاصية التماثل للمساواة)

21b) 305° كلفين، خاصية التعويض للمساواة.

$$T=\frac{PV}{nR}=\frac{1\times 25}{1\times 0.0821}=305^\circ$$

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لإثبات صحة كل من التخمينات الآتية:

22) المعطيات: $\overline{DF}\cong\overline{EG}$

المطلوب: $x=10$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\overline{DF}\cong\overline{EG}$ (معطيات)

2) $DF = EG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $11 = 2x - 9$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $20 = 2x$ (خاصية الجمع للمساواة)

5) $10 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 10$ (خاصية التماثل للمساواة)

23) المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

المطلوب: $x = 4$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\overline{AB} \cong \overline{AC}$ (معطيات)

2) $AB = AC$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

3) $3x + 15 = 5x + 7$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $8 = 2x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $4 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

6) $x = 4$ (خاصية التماثل للمساواة)

24) المعطيات: $\angle Y \cong \angle Z$

المطلوب : $x = 100$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle Y \cong \angle Z$ (معطيات)

2) $m\angle Y = m\angle Z$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 10 = 2x - 90$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $10 = x - 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

5) $x = 100$ (خاصية الجمع للمساواة)

6) $x = 100$ (خاصية التماثل للمساواة)

(25

المعطيات: $\angle MPN \cong \angle QPN$

المطلوب: $x = 16$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1) $\angle MPN \cong \angle QPN$ (المعطيات)

2) $m\angle MPN = m\angle QPN$ (تعريف تطابق الزوايا)

3) $x + 26 = 2x + 10$ (خاصية التعويض للمساواة)

4) $16 = x$ (خاصية الطرح للمساواة)

5) $x = 16$ (خاصية التماثل للمساواة)

26a) كهرباء:

المعطيات: $V = \frac{P}{I}$

المطلوب: $\frac{V}{2} = \frac{P}{2I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

١) $V = \frac{P}{I}$ (معطيات)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

٢) $V.\frac{1}{2}=\frac{P}{I}.\frac{1}{2}$ (خاصية الضرب بالمساواة)

٣) $\frac{V}{2}=\frac{P}{2I}$ (بالتبسيط)

(26b

المعطيات: $V=\frac{P}{I}$

المطلوب: $2V=\frac{2P}{I}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

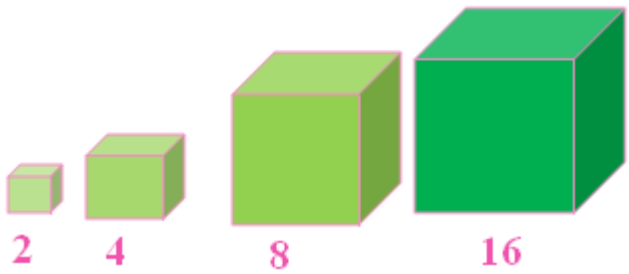
١) $V=\frac{P}{I}$ (معطيات)

٢) $2V=2.\frac{P}{I}$ (خاصية الضرب للمساواة)

٣) $2V=\frac{2P}{I}$ (بالتبسيط)

27) تمثيلات متعددة:

27a) حسياً:



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

27b) جدولياً:

حجم المكعب = S^3

طول الضلع (S)	الحجم(V)
٢	$8 = 2^3$
٤	$١٢٨ = 4^3$
٨	$٥١٢ = 8^3$
١٦	$٤٠٩٦ = 16^3$

27c) لفظياً: إذا تضاعف طول ضلع المكعب، فإن حجمه يصبح ٨ أمثال الحجم الأصلي.

27d) جبرياً: $8V = (2s)^3$

27e) منطقياً: المعطيات: مكعب طول ضلعه s وحدة وحجمه V وحدة مكعبة

المطلوب: $8V = (2s)^3$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) طول ضلع المكعب s وحدة. (معطيات)

٢) حجم المكعب V وحدة مكعبة. (معطيات)

٣) $V = s^3$ (صيغة حجم المكعب)

٤) $V = s.s.s$ (تعريف الأس)

٥) $2.s.2.s.2.s = ٢,٢,٢.V$ (خاصية الضرب للمساواة)

٦) $(2s)(2s)(2s) = ٨V$ (بالتبسيط)

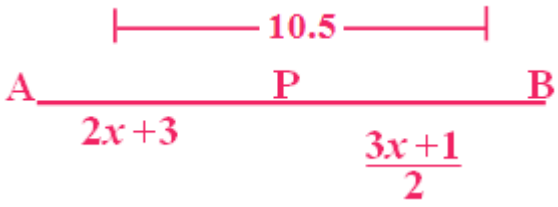
٧) $8V = (2s)^3$ (تعريف الأس)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مسائل مهارات التفكير العليا

28) تحد:



المعطيات: $AP = 2x + 3$

$PB = \frac{3x+1}{2}$

$AB = 10.5$

المطلوب: $\frac{AP}{AB} = \frac{2}{3}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $PB = \frac{3x+1}{2}$ (معطيات)

$AP = 2x + 3, AB = 10.5$

٢) $2x + 3 + \frac{3x+1}{2} = 10.5$ (خاصية التعويض للمساواة)

٣) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 10.5 \times 2$ (خاصية الضرب للمساواة)

٤) $2 \times \left(2x + 3 + \frac{3x+1}{2}\right) = 21$ (بالتبسيط)

٥) $2 \times 2x + 2 \times 3 + 2 \times \frac{3x+1}{2} = 21$ (خاصية التوزيع)

٦) $4x + 6 + 3x + 1 = 21$ (بالتبسيط)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

٧) $7x+7=21$ (بالتبسيط)

٨) $7x+7-7=21-7$ (خاصية الطرح للمساواة)

٩) $7x=14$ (بالتبسيط)

١٠) $x=2$ (خاصية القسمة للمساواة)

١١) $AP=2\times2+3$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٢) $AP=4+3$ (بالتبسيط)

١٣) $AP=7$ (بالتبسيط)

١٤) $\frac{AP}{AB}=\frac{7}{10.5}$ (خاصية التعويض للمساواة)

١٥) $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{3}$ (بالتبسيط)

تبرير:

٢٩) صحيحة دائماً، إذا كان $0=a+b$ فإن $a+b-b=0-b$ (خاصية الطرح للمساواة)

$a=-b$ (بالتعويض) ولذا تكون هذه العبارة صحيحة دائماً.

٣٠) صحيحة أحيانا، إجابة ممكنة إذا كان $a^2=1$

وكان $a=1$ فإن $\sqrt{b}=\sqrt{1}=1$

وعندما $a=-1$ و $b=1$ فإن $\sqrt{b}=1$

لأن الجذر التربيعي غير سالب، عندئذٍ تكون العبارة غير صحيحة، ولذلك فالعبارة صحيحة أحيانا.

31) تحد:

31a) $5+7=12$, $7+9=16$, $3+5=8$ هذه أمثلة توضح التخمين، ولكنها لا تثبته، وذلك لن الأعداد الفردية المذكورة لا تمثل جميع الأعداد الفردية، وإنما هي أمثلة فقط.

31b) أمثلة: $2(2)-1=3$, $2(3)-1=5$, $2(4)-1=7$

31c) سوف اجمع العبارتين $2m-1, 2n-1$ اللتين تمثلين أي عددين فرديين، وأثبت أن المجموع من مضاعفات العدد ٢.

31d) أفترض أن العددين الصحيحين الفرديين هما $2m-1, 2n-1$ فيكون المجموع $(2m-1)+(2n-1)$ يساوي $2n+2m-1$

نلاحظ أن كل حد يحوي العامل ٢، لذا يمكن أخراجه عاملاً مشتركاً لينتج $2(n+m-1)$. وهذه الصيغة هي المضاعفة للعدد ٢، إذاً هي تمثل عدداً زوجياً، لذا فإن مجموع عددين صحيحين فرديين هو عدد صحيح زوجي.

٣٢) اكتب: البرهان الحر هو نوع من البراهين الذي تكتب فيه الخطوات جملاً كاملة على شكل فقرة. وهذا النوع من البرهان يمثل في محتواه البرهان ذا العمودين ولكنه يختلف عنه شكلاً. وهذا البرهان أسهل في الكتابة من ذي العمودين.

البرهان ذي العمودين تُكتب العبارات في عمود وتكتب المبررات في عمود آخر بجانب العمود الأول.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٣) B

٣٤) J

مراجعة تراكمية

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحيانا أو غير صحيحة أبداً. فسر إجابتك.

٣٥) صحيحة أحيانا، لأن المستوى يتضمن ثلاث نقاط على الأقل، أما النقطة الرابعة فإما أن تقع على هذا المستوى أو على مستوى آخر.

٣٦) غير صحيحة أبداً: مجموع الزاويتين المتكاملتين يساوي 180°

إذن الزاويتان المنفرجتان لا يمكن أن تكونا متكاملتين.

٣٧) صحيحة دائماً، بما أن المستقيم هو خط تقاطع المستويين، فإن هذا المستقيم يقع في كلا المستويين.

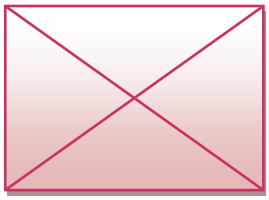
حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي اعتماداً على المعطيات مبرراً إجابتك.

٣٨) صحيحة، بما أن ٢٤ تقبل القسمة على ٦، إذن وفق قانون الفصل المنطقي، فإنها تقبل القسمة على ٣.

٣٩) غير صحيحة، $6 \div 27 = 4,5$ والعدد ٤,٥ ليس عدداً صحيحاً

٤٠) صحيحة، بما أن ٨٥ لا يقبل القسمة ٣، إذن حسب المعاكس الإيجابي للعبارة وقانون الفصل المنطقي، فإن ٨٥ لا تقبل القسمة على ٦.

٤١) مبان: ٦ ممرات



استعد للدرس اللاحق

أوجد طول كل قطعة مستقيمة مما يأتي مستعيناً بالشكل:

٤٢) $\overline{ST} = 4.0 - 1.2 = 2.8\text{cm}$

٤٣) بما أن $\overline{XY} = \overline{WX}$

إذن X منتصف $\overline{WY}$

$\overline{WY} = 4.8 \div 2 = 2.4\text{cm}$

(٤٤

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$

$3\frac{1}{4} \div 3 = 1\frac{1}{4}$ in

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

1-7 إثبات علاقات بين القطع المستقيمة

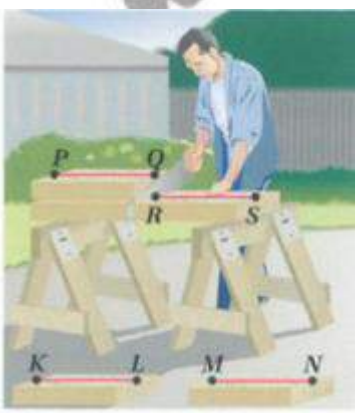
العبارات	المبررات
a) $\overline{JL} \cong \overline{KM}$	a) معطيات
b) $JL = KM$	b) تعريف تطابق القطع المستقيمة
c) $JK + KL = JL$ $KL + LM = KM$	c) مسلمة جمع القطع المستقيمة
d) $JK + KL = KL + LM$	d) بالتعويض
e) $JK + KL - KL = KL + LM - KL$	e) خاصية الطرح للمساواة
f) $JK = LM$	f) بالتعويض
g) $\overline{JK} \cong \overline{LM}$	g) تعريف تطابق القطع المستقيمة

٢) نجارة:

المعطيات: $\overline{KL} \cong \overline{MN}, \overline{MN} \cong \overline{PQ}$

$\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

المطلوب: $RS = KL$



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

البرهان: العبارات و (المبررات)

$\overline{PQ} \cong \overline{MN}$ و $\overline{MN} \cong \overline{PQ}$ (معطيات)

$\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{RS} \cong \overline{PQ}$ (معطيات)

$\overline{KL} \cong \overline{MN}$ و $\overline{KL} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{PQ}$ (خاصية تطابق القطع المستقيمة)

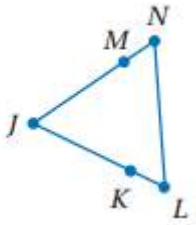
إذا كان $\overline{KL} = \overline{MN}$ و $\overline{MN} = \overline{PQ}$ فإن $\overline{KL} = \overline{PQ}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

إذا كان $\overline{RS} = \overline{PQ}$ فإن $\overline{RS} = \overline{KL}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

$\overline{RS} = KL$ باستعمال خاصية التماثل للتطابق.

ومن ذلك يكون طول القطعة الخشبية الأولى مساويً لطول القطعة الخشبية الرابعة.

أكمل البرهان الآتي: المثال ١



1a) (معطيات)

1b) $\overline{LK} = \overline{NM}$, $\overline{KJ} = \overline{MJ}$

1e) $LJ + NJ$

1c) خاصية الجمع للمساواة

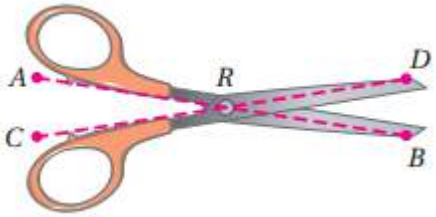
1f) التعويض

1g) خاصية معرفة تطابق القطع المستقيمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

٢) مقص:



المعطيات: $\overline{AR} \cong \overline{CR}$

$\overline{DR} \cong \overline{BR}$

المطلوب: $\overline{AR} + \overline{DR} = \overline{CR} + \overline{BR}$

البرهان: العبارات (المبررات)

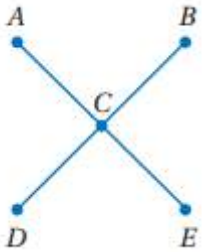
١) $\overline{AR} \cong \overline{CR}, \overline{DR} \cong \overline{BR}$ (معطيات)

٢) $AR = CR, DR = BR$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AR + DR = CR + BR$ (خاصية الجمع للمساواة)

تدرب وحل المسائل

3) أكمل البرهان الآتي: مثال١



(3a

(a C نقطة منتصف $\overline{AE}$ ، C نقطة منتصف $\overline{BD}$

(b تعريف نقطة المنتصف

(c $\overline{AE} \cong \overline{BD}$ تعريف تطابق القطع المستقيمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

d) $AE = AC + CE$

$BD = BC + CD$

e) التعويض

f) التعويض

g) $2AC = 2CD$

h) $\frac{\cancel{2}AC}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{2}CD}{\cancel{2}}$

i) تطابق القطع المستقيمة

٤) **تبليط:** المثال٢

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$

المطلوب: $2AB = EF$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}, AB + CD = EF$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AB + AB = EF$ (بالتعويض)

٤) $2AB = EF$ (بالتعويض)

أثبت الخاصيتين الآتيتين في النظرية (١,٢).

٥) خاصية التماثل للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

المطلوب: $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB} \cong \overline{CD}$ (معطيات)

٢) $AB = CD$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $CD = AB$ (خاصية التماثل للمساواة)

٤) $\overline{CD} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٦) خاصية الانعكاس للتطابق:

المعطيات: $\overline{AB}$

المطلوب: $\overline{AB} \cong \overline{AB}$

البرهان:

العبارات(المبررات)

١) $\overline{AB}$ (معطيات)

٢) $AB = AB$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\overline{AB} \cong \overline{AB}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٧) برهان: أثبت كلا مما يأتي:

المعطيات: $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$, $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$

المطلوب: $\overline{VW} \cong \overline{VX}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $\overline{VZ} \cong \overline{VY}$, $\overline{WY} \cong \overline{XZ}$ (المعطيات)

٢) $VZ = VY$, $WY = XZ$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $VZ = VX + XZ$, $VY = VW + WY$ (مسلّمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $VX + XZ = VW + WY$ (بالتعويض)

٥) $VX + WY = VW + WY$ (بالتعويض)

٦) $VX = VW$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $VW = VX$ (خاصية التماثل للمساواة)

٨) $\overline{VW} \cong \overline{VX}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٨) المعطيات: E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$

المطلوب: $\overline{CE} \cong \overline{EG}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) E نقطة منتصف $\overline{DF}$ ، $\overline{CD} \cong \overline{FG}$ (معطيات)

٢) $DE = EF$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $CD = FG$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٤) $CD + DE = EF + FG$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $CE = CD + DE, EG = EF + FG$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٦) $CE = EG$ (بالتعويض)

٧) $\overline{CE} \cong \overline{EG}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

(9a

المعطيات: $AC + CF + EF = GI + IL + LK$, $\overline{EF} \cong \overline{LK}$, $\overline{AC} \cong \overline{GI}$

المطلوب: $\overline{CF} \cong \overline{IL}$

البرهان: العبارات(المبررات)

١) $AC + CF + EF = GI + IL + LK$, $\overline{EF} \cong \overline{LK}$, $\overline{AC} \cong \overline{GI}$ (معطيات)

٢) $EF = LK, AC = GI$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $AC + CF + FE = AC + IL + KL$ (بالتعويض)

٤) $AC-AC+CF+FE=AC-AC+IL+LK$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $CF+FE=IL+LK$ (بالتبسيط)

٦) $CF+FE=IL+FE$ (بالتعويض)

٧) $CF+FE-FE=IL+FE-FE$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $CF=IL$ (بالتبسيط)

٩) $\overline{CF}\cong\overline{IL}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

9b) لقد قست $\overline{CF}$ و $\overline{IL}$ وهما متساويتا الطول، إذاً هما متطابقتان.

١١) تمثيلات متعددة:

(10a

(10b $8PC=PQ$

(10c

يمكنك قياس طول $\overline{PC}$ ووضع علامات على $\overline{PQ}$ لقطع طول كل منها يساوي طول $\overline{PC}$، ثم عد القطع الناتجة.

(10d) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

المطلوب: $8PC=PQ$

العبارات (المبررات)

١) المعطيات A نقطة منتصف $\overline{PQ}$ و B نقطة منتصف $\overline{PA}$ و C نقطة منتصف $\overline{PB}$

٢) $PA=AQ,\ PB=BA,\ PC=CB$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $PC+CB=PB$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $PC + PC = PB$ (بالتعويض)

٥) $2PC = PB$ (بالتبسيط)

٦) $PB + BA = PA$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٧) $PB + PB = PA$ (بالتعويض)

٨) $2PB = PA$ (بالتبسيط)

٩) $2(2PC) = PA$ (بالتعويض)

١٠) $4PC = PA$ (بالتعويض)

١١) $PA + AQ = PQ$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

١٢) $PA + PA = PQ$ (بالتعويض)

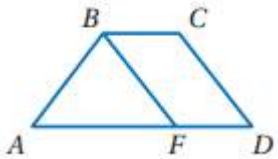
13) $2PA = PQ$ (بالتبسيط)

14) $2(4PC) = PQ$ (بالتعويض)

15) $8PC = PQ$ (بالتبسيط)

مسائل مهارات التفكير العليا

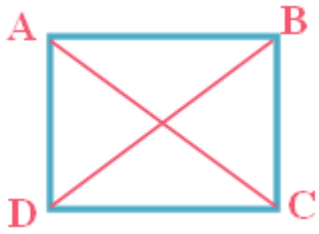
١١) اكتشف الخطأ:



كلاهما اخطأ والإجابة الصحيحة هي بما أن $\overline{PF} \cong \overline{CD}$ و $\overline{CD} \cong \overline{AB}$

فإن $\overline{PF} \cong \overline{AB}$ باستعمال خاصية التعدي للتطابق.

١٢) تحد:



المعطيات: $ABCD$ مربع

المطلوب: $\overline{AC} \cong \overline{BD}$

البرهان: العبارات (المبررات)

١) $ABCD$ مربع (معطيات)

٢) $AB = BC = CD = DA$ (تعريف المربع)

٣) $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$, $(BD)^2 = (AB)^2 + (AD)^2$ (نظرية فيثاغورث)

٤) $(BD)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ (بالتعويض)

٥) $(AC)^2 = (BD)^2$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $AC = \pm\sqrt{(BD)^2}$ (خاصية الجذر التربيعي)

٧) $AC = \sqrt{(BD)^2}$ (بالتعريف يجب أن يكون الطول موجباً)

٨) $AC = BD$ (تعريف الجذر التربيعي)

٩) $\overline{AC} \cong \overline{BD}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

١٣) اكتب:

لا، لأن التطابق صفة للقطع المستقيمة، والقطع المستقيمة لا يمكن جمعها، في حين أن أطوال القطع المستقيمة هي أعداد يمكننا جمعها.

١٤) تبرير:

خطأ، إذا كان $AC = BD = CE = 10$، فإن
$DE = 3, CD = 7, BC = 3, AB = 7$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

١٥) مسألة مفتوحة:

$AC = AB + BC$

تدريب على الاختبار المعياري

١٦) B

١٧) C

مراجعة تراكمية

١٨) برهان: اكتب برهانا ذا عمودين.

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $-3(2x+1)=57$ (معطيات)

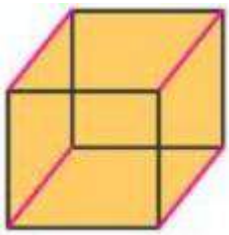
٢) $-6x-3=57$ (خاصية التوزيع)

٣) $-6x=60$ (خاصية الجمع)

٤) $x=\frac{-60}{6}$ (خاصية القسمة)

٥) $x=-10$

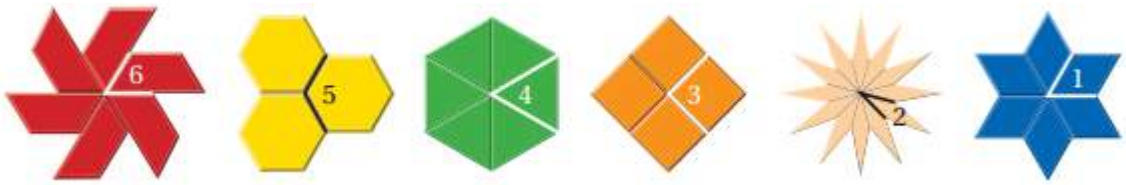
١٩) نماذج:



و ينتج ١٢ مستقيماً من تقاطعهما

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

20) أنماط:



استعد للدرس اللاحق

جبر: أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

٢٢) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= ٩٠^\circ$

$$(5x-2)^\circ+(8x+1)^\circ=90^\circ$$
$$13x=90+1=91$$
$$x=91\div 13$$
$$x=7$$

٢٣) بما أن الزاوية مستقيمة إذن قياسها $= ١٨٠^\circ$

$$(8x+4)^\circ+14x^\circ=180^\circ$$
$$22x+4=180$$
$$22x=180-4=176$$
$$x=176\div 22$$
$$x=8$$

٢٤) بما أن الزاوية قائمة إذن قياسها $= ٩٠^\circ$

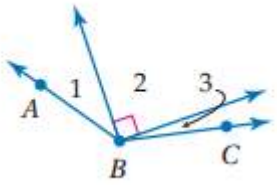
$$2x^\circ+4x^\circ=90^\circ$$
$$6x=90$$
$$x=90\div 6$$
$$x=15$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

1-8 إثبات علاقات بين الزوايا

تلقق

(١



$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = m\angle ABC$

(مسلّمة جميع الزوايا)

$23^\circ + 90^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ $(m\angle 2 = 90^\circ)$

$113^\circ + m\angle 3 = 131^\circ$ (بالتبسيط)

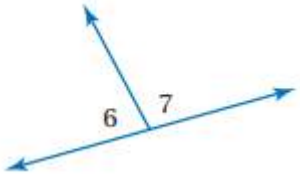
$113^\circ + m\angle 3 - 113^\circ = 131^\circ - 113^\circ$ (خاصية الطرح للمساواة)

$m\angle 3 = 18^\circ$ (بالتبسيط)

تلقق

صفحة ٦٣

(٢



بما أن 7∠ و 6∠ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهما = ١٨٠°

$m\angle 6 + m\angle 7 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتان المتكاملتان)

$3x + 32 + 5x + 12 = 180^\circ$ بالتعويض

$8x + 44 = 180^\circ$ بالتبسيط

$8x + 44 - 44 = 180^\circ - 44$ خاصية الطرح للمساواة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

$8x = 136$ بالتبسيط

$\frac{8x}{8} = \frac{136}{8}$ خاصية القسمة للمساواة

$x = 17$ بالتبسيط

$m\angle 6 = 3x + 32$ معطيات

$m\angle 6 = 3(17) + 32 = 83$ بالتعويض

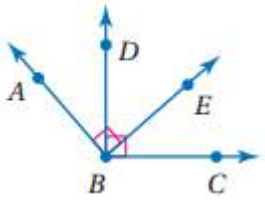
$m\angle 6 = 83$ بالتبسيط

$m\angle 7 = 5x + 12$ معطيات

$m\angle 7 = 5(17) + 12$ بالتعويض

$m\angle 7 = 97$ بالتبسيط

(٣



المعطيات: $\angle DBC$ و $\angle ABE$ قائمتان.

المطلوب: $\angle ABD \cong \angle EBC$

البرهان:

١) $\angle DBC$ و $\angle ABE$ قائمتان (معطيات)

٢) $m\angle DBC = 90 , m\angle ABE = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $\angle ABD , \angle DBE$ متتامتان

$\angle EBC , \angle DBE$ متتامتان (نظرية الزاويتين المتتامتين)

4) $\angle ABD \cong \angle EBC$ (نظرية تطابق المتممات)

4) $\angle 4 \cong \angle 3$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 \cong m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

$6x + 2 = 8x - 14$ (بالتعويض)

$6x + 2 + 14 = 8x - 14 + 14$ (خاصية الجمع للمساواة)

$6x + 16 = 8x$ (بالتبسيط)

$6x + 16 - 6x = 8x - 6x$ (خاصية الطرح للمساواة)

$16 = 2x$ (بالتبسيط)

$8 = x$ (خاصية القسمة للمساواة)

$m\angle 3 = 6x + 2$ (معطى)

$m\angle 3 = 6(8) + 2$ (بالتعويض)

$m\angle 3 = 50^\circ$ (بالتبسيط)

$m\angle 3 = m\angle 4$ (نظرية الزاويتان المتقابلتان بالرأس)

$m\angle 4 = 50^\circ$ (بالتعويض)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. مثال ١

(١

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$x + (x - 16) = 90$$
$$2x = 16 + 90 = 106$$

$$x = \frac{106}{2} = 53$$
$$m\angle 2 = 53^\circ$$
$$m\angle 3 = x - 16 = 53 - 16$$
$$m\angle 3 = 37^\circ$$

(٢

$m\angle 4$ و $m\angle 5$ زاويتان متجاورتان مجموعهما 180°

$$(3(x-1))^\circ + (x+7)^\circ = 180^\circ$$
$$3x - 3 + x + 7 = 180$$
$$4x + 4 = 180$$
$$4x = 176$$
$$x = 176 \div 4$$
$$x = 44$$

$$m\angle 4 = 3 \times (44 - 1)$$
$$m\angle 4 = 129^\circ$$

$$m\angle 5 = (44 + 7)$$
$$m\angle 5 = 51^\circ$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

٣) موقف: مثال٢

المعطيات: $\angle 2 \cong \angle 6$

المطلوب: $\angle 4 \cong \angle 8$

البرهان:

١) $\angle 2 \cong \angle 6$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180$

$m\angle 2 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 2 + m\angle 8 = 180$ (بالتعويض)

٤) $m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 2 - m\angle 2 + m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $m\angle 4 = 180 - m\angle 2$

$m\angle 8 = 180 - m\angle 2$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 4 = m\angle 8$ (بالتعويض)

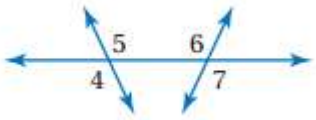
٧) $\angle 4 \cong \angle 8$ (تعريف تطابق الزوايا)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

٤) **برهان:** المثال٣

العبارات	المبررات
a) $\angle 1, \angle 3$ متتامتان و $\angle 1, \angle 3$ متتامتان	a) معطيات
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = 90^\circ$	b) تعريف الزاويتين المتتامتين
$m\angle 2 + m\angle 3 = 90^\circ$	
b) $m\angle 1 + m\angle 3 = m\angle 2 + m\angle 3$	c) بالتعويض
d) $m\angle 1 = m\angle 2$	d) خاصية الطرح للمساواة
e) $\angle 1 \cong \angle 2$	e) تعريف تطابق الزوايا

٥) **برهان:** المثال٤



المعطيات $\angle 7 \cong \angle 4$

المطلوب: $\angle 6 \cong \angle 5$

البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $\angle 7 \cong \angle 4$ (معطيات)

٢) $\angle 4 \cong \angle 5$, $\angle 6 \cong \angle 7$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) $\angle 5 \cong \angle 7$ (خاصية التعدي للتطابق)

٤) $\angle 5 \cong \angle 6$ (خاصية التعدي للتطابق)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

تدرب وحل المسائل

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك. الأمثلة ١-٣

٦) $m\angle 5 = m\angle 6 = 45^\circ$ (مسلمة جمع الزوايا ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

٧)

$$m\angle 2 + m\angle 3 = 90$$
$$28^\circ + m\angle 3 = 90^\circ$$
$$m\angle 3 = 90^\circ - 28^\circ$$
$$m\angle 3 = 62^\circ$$

$m\angle 1 = m\angle 4 = 45^\circ$ (نظرية الزاويتين المتتامتين ومسلمة جمع الزوايا)

٨)

$m\angle 2$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 2 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 2 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 2 = 75^\circ$$

$m\angle 5$ و $m\angle 4$ (نظرية تطابق المكملات ونظرية الزاويتين المتكاملتين)

$$m\angle 5 + m\angle 4 = 180^\circ$$
$$m\angle 5 + 105^\circ = 180^\circ$$
$$m\angle 5 = 180^\circ - 105^\circ$$
$$m\angle 5 = 75^\circ$$

$$m\angle 3 = 180^\circ - 75^\circ$$
$$m\angle 3 = 105^\circ$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحارمي

أوجد قياس الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

(٩

$(3x+12)^\circ+(x-24)^\circ=180^\circ$
$4x-12=180^\circ$
$4x=192^\circ$
$x=192\div4$
$x=48$

$m\angle9=3\times48+12$
$m\angle9=156^\circ$

$m\angle10=48-24$
$m\angle10=24^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

(١٠

$(2x+23)^\circ=(5x-112)^\circ$
$5x-112-2x-23=0$
$3x-135=0$
$3x=135$
$x=135\div3$
$x=45^\circ$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

$m\angle3=2\times45+23$
$m\angle3=113^\circ$

$m\angle4=113^\circ$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

(١١

$(2x-21)^\circ+(3x-34)^\circ=180^\circ$
$5x-55=180$
$5x=235$
$x=235\div5$
$x=47$

$m\angle 6 = 2\times 47 - 21$
$m\angle 6 = 73^\circ$

$m\angle 7 = 3\times 47 - 34$
$m\angle 7 = 107^\circ$

$m\angle 8 = 73^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين ونظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

برهان: اكتب برهانا ذا عمودين في كل مما يأتي: المثال ٤

(١٢

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle ABD + m\angle CBD$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle ABD + m\angle CBD = 90$ (بالتعويض)

٥) $\angle ABD, \angle CBD$ متتامتان (تعريف الزاويتان المتتامتان)

(١٣

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle 6 \cong \angle 5$ (معطيات)

٢) $m\angle 6 = m\angle 5$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $\angle ٥$ و$\angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

٤) $m\angle 4 + m\angle 5 = 180$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٥) $m\angle 4 + m\angle 6 = 180$ (بالتعويض)

٦) $\angle 6, \angle 4$ متكاملتين (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

اكتب برهانا لكل من النظريات الآتية:

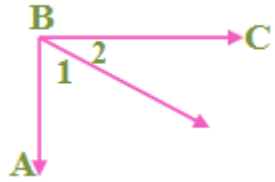
١٤)

المعطيات: ∠2 , ∠1 متجاورتين على مستقيم

المطلوب: ∠2 , ∠1 متكاملتين.

برهان حر: عندما تكون الزاويتين متجاورتين على مستقيم، فإن الزاوية الناتجة عنهما هي زاوية مستقيمة قياسها 180°.وبالتعريف تكون الزاويتان متكاملتان، إذا كان مجموع قياسهما يساوي 180°.وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ وبذلك تكون الزاويتين متكاملتين إذا كانتا متجاورتان على مستقيم.

١٥)



المعطيات $\angle ABC$ قائمة

المطلوب ∠1,∠2 متتامتان

البرهان: العبارات و (المبررات)

١) $\angle ABC$ قائمة (معطيات)

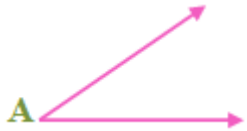
٢) $m\angle ABC = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle ABC = m\angle 1 + m\angle 2$ (مسلمة جمع الزوايا)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٥) $\angle 2, \angle 1$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

١٦)



المعطيات: $\angle A$

المطلوب: $\angle A \cong \angle A$

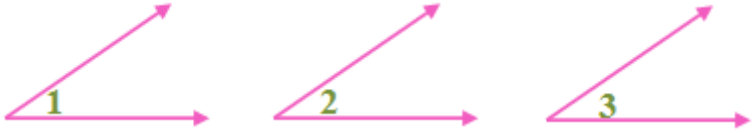
البرهان: العبارات و(المبررات)

١) $\angle A$ (معطيات)

٢) $m\angle A = m\angle A$ (خاصية الانعكاس للمساواة)

٣) $\angle A \cong \angle A$ (تعريف تطابق الزوايا)

١٧)



المعطيات $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$

المطلوب $\angle 1 \cong \angle 3$

البرهان:

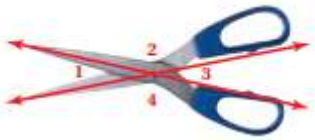
١) $\angle 1 \cong \angle 2, \angle 2 \cong \angle 3$ (معطاة)

٢) $m\angle 1 = m\angle 2, m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 = m\angle 3$ (خاصية التعدي للمساواة)

٤) $\angle 1 \cong \angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

١٨) برهان:



المعطيات: ∠1, ∠2, ∠3, ∠4 ناتجة عن تقاطع مستقيمين

المطلوب: $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360^\circ$

البرهان:

١) ∠1, ∠2, ∠3, ∠4 ناتجة عن تقاطع مستقيمين (معطاة)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180$, $m\angle 3 + m\angle 4 = 180$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180 + m\angle 3$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٥) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 180 + 180$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360$ (بالتبسيط)

١٩) طبيعة:

المعطيات: ∠1≅∠4

المطلوب: ∠2≅∠3

البرهان :

١) ∠1≅∠4 (معطيات)

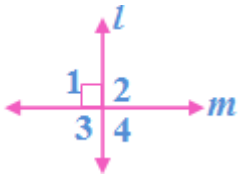
٢) ∠1≅∠2, ∠3≅∠4 (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٣) ∠1≅∠3 (خاصية التعدي للتطابق)

٤) ∠2≅∠3 (خاصية التعدي للتطابق)

برهان: استعمل الشكل المجاور لكتابة برهان لكل من النظريات الآتية:

٢٠) نظرية ١,٩: يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان أربع زوايا قائمة



المعطيات: $e \perp m$

المطلوب: $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم

البرهان:

١) $e \perp m$ (معطيات)

٢) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

٣) $m\angle 1 = 90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٤) $\angle 4 \cong \angle 1$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

٥) $m\angle 4 = m\angle 1$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٦) $m\angle 4 = 90^\circ$ (بالتعويض)

٧) $\angle 1, \angle 2$ متجاورتين على مستقيم

$\angle 4, \angle 3$ متجاورتين على مستقيم. (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم)

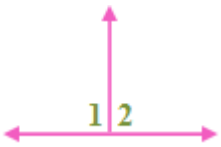
٨) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ, m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٩) $m\angle 2 = 180 , 90 + m\angle 3 = 180$ ٩٠ + (بالتعويض)

١٠) $m\angle 2 = 90 , m\angle 3 = 90$ (خاصية الطرح للمساواة)

١١) $\angle 4, \angle 3, \angle 2$ قوائم (تعريف الزاوية القائمة)

٢١) نظرية ١,١٠: جميع الزوايا القائمة متطابقة



المعطيات: ∠2, ∠1 قائمتان

المطلوب: ∠1≅∠2

البرهان:

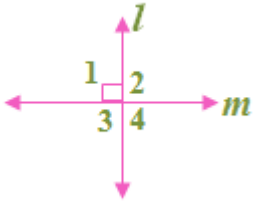
١) ∠1,∠2 قائمتان (معطاة)

٢) $m\angle 1=90, m\angle 2=90$ (تعريف الزاوية القائمة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (بالتعويض)

٤) ∠1≅∠2 (تعريف تطابق الزوايا)

٢٢) نظرية ١,١١: المستقيمان المتعامدان يكونان زوايا متجاورة متطابقة



المعطيات: $e\perp m$

المطلوب: ∠1≅∠2 ≅∠3≅∠4

البرهان:

١) $e\perp m$ (معطاة)

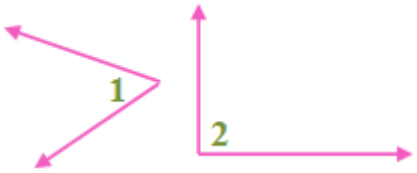
٢) ∠1 ,∠2 قائمتان

∠3 ,∠4 قائمتان (يتقاطع المستقيمان المتعامدان ويكونان ٤ زوايا قائمة)

٣) ∠1≅∠2 ≅∠3≅∠4 (جميع الزوايا القائمة متطابقة)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

٢٣) نظرية ١,١٢: إذا كانت الزاويتان متكاملتين ومتطابقتين فإنهما قائمتان.



المعطيات: ∠2 , ∠1 متكاملتان∠2≅∠1

المطلوب: ∠2 ,∠1 قائمتان

البرهان:

١) ∠2 , ∠1 متكاملتان∠2≅∠1 (معطيات)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (تعريف الزاوية المتكاملة)

٣) $m\angle 1 = m\angle 2$ (تعريف الزوايا المتطابقة)

٤) $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ (بالتعويض)

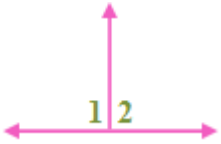
٥) $2m\angle 1 = (180)$ (بالتعويض)

٦) $m\angle 1 = 90$ (خاصية القسمة)

٧) $m\angle 2 = 90$ (بالتعويض)

٨) ∠2,∠1 قائمتان (تعريف الزاوية القائمة)

٢٤) نظرية ١,١٣: إذا تجاورت زاويتان على مستقيم، وكانتا متطابقتين، فإنهما قائمتان.



المعطيات: ∠2,∠1 متجاورتين على مستقيم، ∠2≅∠1

المطلوب: ∠2,∠1 قائمتين

البرهان:

١) ∠1,∠2 متجاورتين على مستقيم، ∠1≅∠2

٢) ∠1 = ∠2 تعريف تطابق الزوايا

٣) ∠1 + ∠2 = ١٨٠° (تعريف الزوايا المتجاورة على مستقيم)

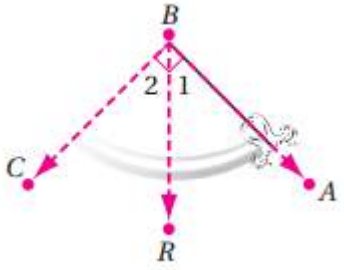
٤) ∠1 + ∠1 = ١٨٠° خاصية التعويض

٥) 2∠1 = ١٨٠° (خاصية الجمع للمساواة)

٦) ∠1 = ٩٠° (خاصية القسمة للمساواة)

٧) ∠1,∠2 قائمتين كل منهما = ٩٠°

٢٥) بندول:



بما أن $\angle ABC$ قائمة، فإن قياسها يساوي ٩٠°، $\overrightarrow{BR}$ يقسم $\angle ABC$ إلى $\angle ABR$ و $\angle CBR$ وباستعمال مسلّمة جمع الزوايا $m\angle ABC = m\angle ABR + m\angle CBR$

وبالتعويض $m\angle ABR + m\angle CBR = 90°$

وبالتعويض مرة أخرى $m\angle 1 + m\angle 2 = 90°$

وبما أن $m\angle 1 = 45$

$45 + m\angle 2 = 90$

وباستعمال خاصية الطرح للمساواة

$45 - 45 + m\angle 2 = 90 - 45$

$m\angle 2 = 45$ وبما أن $m\angle 2$, $m\angle 1$ متساويان

فإن $\overrightarrow{BR}$ يكون منصفاً للزاوية $m\angle ABC$ بتعريف منصف الزاوية.

26a) تمثيلات متعددة:

(26a

(26b $\angle DBC$, $\angle JKL$ متتامتان

(26c

المعطيات: $\angle DBC, \angle ABD$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$

المطلوب: $\angle DBC, \angle JKL$ متتامتان

البرهان:

١) $\angle DBC, \angle ABD$ متتامتان

$\angle ABD \cong \angle JKL$ (معطاة)

٢) $m\angle DBC + m\angle ABD = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٣) $m\angle ABD = m\angle AJKL$ (تعريف تطابق الزوايا)

٤) $m\angle DBC + m\angle JKL = 90^\circ$ (بالتعويض)

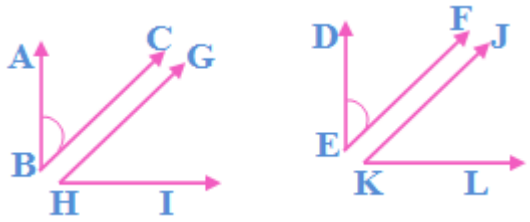
٥) $\angle DBC, \angle JKL$ متتامتان (تعريف الزاويتين المتتامتين)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مسائل مهارات التفكير العليا

٢٧) تحد:

وردت العبارة"أو لزاويتين متطابقتين" في نصي النظريتان، وهذا يعني أن علينا أثبات النظريتين في هذه الحالة



المعطيات:

$\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ متممة $\angle ABC$

$\angle JKL$ متممة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$

$m\angle ABC + m\angle GHI = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتتامتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 90^\circ$ (بالتعويض)

٥) $90^\circ = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التماثل للمساواة)

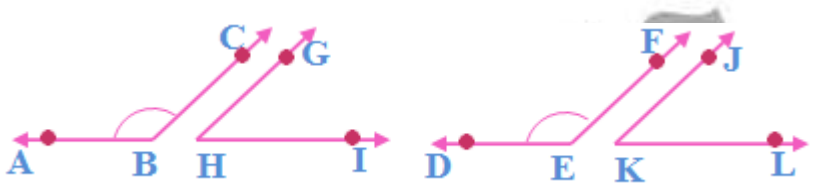
٦) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

٧) $m\angle ABC + m\angle JKL = m\angle ABC + m\angle GHI$ (خاصية الطرح للمساواة)

٨) $m\angle JKL = m\angle GHI$ (بالتبسيط)

٩) $\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطابق الزوايا)



المعطيات: $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$

المطلوب: $\angle GHI \cong \angle JKL$

البرهان:

١) $\angle ABC \cong \angle DEF$

$\angle GHI$ مكملة $\angle ABC$

$\angle JKL$ مكملة $\angle DEF$ (معطيات)

٢) $m\angle ABC = m\angle DEF$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle ABC + m\angle GHI = 180^\circ, m\angle DEF + m\angle JKL = 90^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

٤) $m\angle ABC + m\angle JKL = 180^\circ$ (بالتعويض)

٥) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL$ (خاصية التعدي للمساواة)

٦) $m\angle ABC + m\angle GHI = m\angle ABC + m\angle JKL - m\angle ABC$

$m\angle ABC + m\angle JKL - m\angle ABC$ (خاصية الطرح للمساواة)

٧) $m\angle GHI = m\angle GKL$ (بالتبسيط)

$\angle GHI \cong \angle JKL$ (تعريف تطبيق الزوايا)

٢٨) تبرير:

غير صحيحة أبداً ليس كل زاويتين متجاورتين ناشئتان من تقاطع مستقيمان، تكونان متجاورتين على مستقيم، وإذا كانت إحدى هاتين الزاويتين حادة فسيكون قياسها أقل من ٩٠° وسيكون قياس مكملتها أكثر من ٩٠°

لأن ناتج طرح عدد أقل من ٩٠° من ١٨٠° هو عدد اكبر من ٩٠° دائماً.

٢٩) اكتب:

بما أن المنقلة تتضمن تدريجاً للزوايا الحادة وآخر للزوايا المنفرجة، فإن قياس المكملة هو القياس المقابل لقياس الزاوية المعلومة على التدريج الأخر من المنقلة.

تدريب على الاختبار المعياري

٣٠) A

$\angle AFE = \angle BFD = 108^\circ$ بالتقابل بالرأس

$\angle BFD = \angle BFC + CFD$

$108^\circ = 42^\circ + CFD$

$CFD = 108^\circ - 42^\circ$

$CFD = 66^\circ$

٣١) B

$\angle A + \angle B = 90^\circ$

$\frac{\angle A}{\angle B} = \frac{1}{4}$

$\angle B = 4\angle A$

$\angle A + 4\angle A = 90^\circ$

$5\angle A = 90^\circ$

$\angle A = 90^\circ \div 5$

$\angle A = 18^\circ$

مراجعة تراكمية

٣٢) خرائط:

نعم، حسب مقياس الرسم المعطى $100km = 62mi$ إذن $AB = CD$ وبتعريف تطابق القطع المستقيمة فإن $\overline{AB} \cong \overline{CD}$

اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٣٣) خاصية الطرح للمساواة.

٣٤) خاصية التماثل للمساواة.

٣٥) خاصية التعويض للمساواة.

٣٦) خاصية التوزيع.

استعد للدرس اللاحق

٣٧) المستقيم n

٣٨) النقطة R

٣٩) W

٤٠) $\overleftrightarrow{PR}$ أو S

٤١) نعم، يقطع المستقيم L كلا من المستقيمين m, n وذلك عند مد المستقيمات الثلاثة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

الفصل 1

دليل الدراسة والمراجعة

اختبار المفردات:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة، وإذا كانت خاطئة فاستبدل بالكلمة التي تحتها خط كلمة من القائمة أعلاه لتجعل الجملة صحيحة

١) خاطئة ، النظرية.

٢) خاطئة، الفرض.

٣) صحيحة.

٤) خاطئة، المعكوس.

٥) صحيحة.

٦) خاطئة، المسلمة

٧) صحيحة.

٨) خاطئة، مثال مضاد.

٩) خاطئة، نفي.

١٠) صحيحة.

حدد ما إذا كان أي من التخمينين الآتيين صحيحاً أو خاطئاً. فإذا كان التخمين خاطئ فأعط مثالاً مضاداً.

١١) خاطئة، قد تكون الزاويتان المتكاملتين غير متجاورتان على مستقيم.

١٢) صحيحة.

١٣) منازل: حتى لا تتراكم عليها الثلوج.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها. فسر تبريرك.

١٤) اليادرة المربعة لا تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، أو مجموع قياسي الزاويتين المتتامتين يساوي 180° صحيحة.

١٥) يحوي المستوى ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، ومجموع قياسي الزاويتين المتتامتين لا يساوي 180° صحيحة.

١٦) لا يحوي المستوى أي ثلاث نقاط لا تقع على استقامة واحدة، أو اليادرة المربعة تكافئ ثلاثة أقدام مربعة، خاطئة.

١٧) حيوانات أليفة:

a) ١٨

b) ١٤

c) ٢٢

حدد قيمة الصواب للعبارتين الشرطيتين الآتيتين، وإذا كانت العبارة صحيحة، ففسر تبريرك، أما إذا كانت خاطئة فأعط مثالاً مضاداً.

١٨) صحيحة، إذا كان العدد موجب فإن تربيعه موجب أما إذا كان العدد سالب فإن تربيع السالب تعني ضربة في نفسه مرتين وبالتالي سيعطي عدد صحيح موجب

١٩) صحيحة. عند رسم شكل سداسي نجد شكل جميع زواياه منفرجة.

٢٠) اكتب العكس والمعكوس والمعاكس الإيجابي للعبارة الشرطية الآتية:

العكس: إذا كانت لزاويتين القياس نفسه، فإنهما تكونان متطابقتان، صحيحة.

المعكوس: إذا لم تكن الزاويتان متطابقتان فلا يكون لهما القياس نفسه، صحيحة.

المعاكس الإيجابي: إذا لم يكن للزاويتين القياس نفسه، فإنهما لا تكونان متطابقتين. صحيحة.

استعمل قانون الفصل المنطقي أو القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارات الآتية، واذكر القانون الذي استعملته:

٢١) الشكل $PQRS$ متوازي أضلاع، قانون الفصل المنطقي.

٢٢) لا نتيجة لأن قانون القياس المنطقي، لا ينطبق، فنتيجة العبارة الأولى ليست فرضاً للعبارة الثانية.

٢٣) زلزال:

صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحاً دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً. فسر تبريرك.

٢٤) غير صحيح أبداً، إذا تقاطع مستويان فأن تقاطعهما يكون مستقيماً

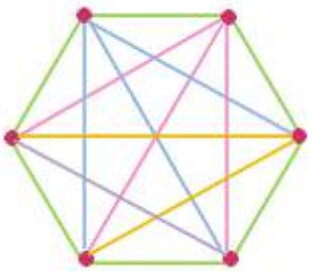
٢٥) صحيحة أحياناً، إذا كانت النقاط الثلاثة تقع على استقامة واحدة، فإنها ستقع في عدة مستويات، ولكن إذا لم تكن على استقامة واحدة ، فسوف تقع في مستوى واحد فقط.

٢٦) صحيحة دائماً، إذا احتوى المستوى مستقيماً، فإن جميع نقاط المستقيم تقع في هذا المستوى.

٢٧) صحيحة أحياناً، إذا كانت الزاويتين متجاورتين، فإنهما تكونان زاوية قائمة، أما إذا لم تكونا متجاورتين، فلا تكونان زاوية قائمة.

٢٨) عمل:

١٥ مصافحة



اذكر الخاصية التي تبرر كل عبارة مما يأتي:

٢٩) خاصية التماثل للمساواة.

٣٠) خاصية الطرح للمساواة.

٣١) خاصية التوزيع.

٣٢) خاصية التعدي للمساواة.

٣٣) أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $6(x-4)=42$	a) معطيات
b) $6x-24=42$	b) خاصية التوزيع
c) $6x=66$	c) خاصية الجمع للمساواة
d) $x=11$	d) خاصية القسمة للمساواة

٣٤) اكتب برهاناً ذا عمودين:

١) $PQ = 5x + 9$, $PQ = RS$ (معطيات)

٢) $5x + 9 = x - 31$ (بالتعويض)

٣) $4x + 9 = -31$ (خاصية الطرح للمساواة)

٤) $4x = -40$ (خاصية الطرح للمساواة)

٥) $x = -10$ (خاصية القسمة للمساواة)

٣٥) اختبارات:

خاصية التعدي.

اكتب برهاناً ذا عمودين في كل من المسألتين الآتيتين:

٣٦)

البرهان: العبارات والمبررات

١) X نقطة منتصف كلاً من $\overline{VZ}$, $\overline{WY}$ (معطيات)

٢) $\overline{VX} \cong \overline{ZX}$, $\overline{WX} \cong \overline{YX}$ (تعريف نقطة المنتصف)

٣) $WX = YX, VX = ZX$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٤) $VX = VW + WX$, $ZX = ZY + YX$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٥) $VW + WX = ZY + YX$ (بالتعويض)

٦) $VW + WX = ZY + WX$ (بالتعويض)

٧) $VW + WX - WX = ZY + WX - WX$ (خاصية الطرح للمساواة)

8) $VW = ZY$ (التبسيط)

٣٧)

البرهان: العبارات والمبررات

١) $AB = DC$ (معطيات)

٢) $AB + BC = DC + BC$ (خاصية الجمع للمساواة)

٣) $AB + BC = AC$, $DB = BC + DC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

٤) $AB + BC = AC$, $DB = BC + AB$ (التعويض)

٥) $AC = DB$ (التبسيط)

٣٨) جغرافيا:

أستعمل مسلمة جمع القطع المستقيمة.

أوجد قياس كل زاوية فيما يأتي:

٣٩) 90° ، بما أن $\angle 5$ مجاورة لزاوية أخري علي مستقيم واحد إذن مجموعهم $= 180^\circ$، إذن $\angle 5 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

٤٠) 127°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس، $\angle 7$ و $\angle 6$ متجاورتان على مستقيم إذن مجموعهم $= 180^\circ$

$$\angle 7 + \angle 6 = 180^\circ$$
$$53^\circ + \angle 6 = 180^\circ$$
$$\angle 6 = 180^\circ - 53^\circ$$
$$\angle 6 = 127^\circ$$

٤١) 53°، $\angle 7$ تساوي 53° بالتقابل بالرأس.

٤٢) **برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين.**

البرهان: العبارات والمبررات

١) $\angle 1 \cong \angle 4 , \angle 2 \cong \angle 3$ (معطيات)

٢) $m\angle 1 = m\angle 4 , m\angle 2 = m\angle 3$ (تعريف تطابق الزوايا)

٣) $m\angle 1 + m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (خاصية الجمع للمساواة)

٤) $m\angle AFC = m\angle 1 + m\angle 2$ ، $m\angle EFC = m\angle 4 = m\angle 3$ (خاصية جمع الزوايا)

٥) $m\angle AFC = m\angle EFC$ (بالتعويض)

٦) $\angle AFC \cong \angle EFC$ (تعريف تطابق الزوايا)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

الفصل 1 اختبار الفصل

اكتب تخميناً يصف النمط في كل من المتتابعتين الآتيتين، ثم استعمله لإيجاد الحد التالي في كل منهما:

١) الحد التالي هو المضاعف التالي للعدد ١٥ وهو ٧٥

٢) يدور المثلث ٩٠° مع اتجاه عقارب الساعة في كل مرة، وتتحرك المنطقة المظللة يميناً ويساراً في كل مرة.

استعمل العبارات p,q,r لكتابة كل عبارة وصل أو فصل أدناه ثم أوجد قيمة الصواب لها.

٣) $-3 < 5$ وجميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، خاطئة.

٤) $-3 < 5$ أو جميع الزوايا المتقابلة بالرأس متطابقة، وإذا كان $4x = 36$ فإن $x = 9$ صحيحة.

٥) اكتب برهاناً حرا:

البرهان: بما أن $\overline{JK} \cong \overline{CB}$, $\overline{KL} \cong \overline{AB}$

فإن $JK = CB$, $KL = AB$ وذلك بتعريف تطابق القطع المستقيمة.

$JK + KL = CB + AB$ (بتطبيق خاصية الجمع للمساواة)

وباستعمال مسلمة جمع القطع المستقيمة ينتج أن

$AC = AB + BC$, $JL = JK + KL$

وبالتعويض $AC = AB + BC$, $JL = CB + AB$ ينتج أن $JL = AC$

ومن تعريف تطابق القطع المستقيمة ينتج أن $\overline{JL} \cong \overline{AC}$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

6) رياضة:

a) أختار هؤلاء الطلاب كرة السلة فقط.

b) ٢٣

٧) صحيحة، قانون الفصل المنطقي.

٨) برهان: أكمل البرهان الآتي:

العبارات	المبررات
a) $3(x-4)=2x+7$	a) معطيات
b) $3x-12=2x+7$	b) خاصية التوزيع
c) $x-12=7$	c) خاصية الطرح للمساواة
d) $x=19$	d) خاصية الجمع للمساواة

حدد ما إذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً أو صحيحة أحياناً أو غير صحيحة أبداً:

٩) صحيحة أحياناً.

١٠) غير صحيحة أبداً.

١١) صحيحة دائماً.

أوجد قياس جميع الزوايا المرقمة في كل مما يأتي، واذكر النظريات التي تبرر حلك.

١٢)

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3=180^\circ$$
$$x+(x-6)+90^\circ=180^\circ$$
$$2x-6+90^\circ=180^\circ$$
$$2x+84^\circ=180^\circ$$
$$2x=180^\circ-84^\circ=96^\circ$$
$$x=96^\circ\div 2$$
$$x=48^\circ$$

$$\angle 1=48^\circ$$
$$\angle 2=48-6=42^\circ$$
$$\angle 3=90^\circ$$

١٣)

∠8 و ∠7 زاويتان متجاورتان علي مستقيم متكاملتان أي مجموعهما = ١٨٠

$$\angle 7+\angle 8=180^\circ$$
$$2x+15+3x=180^\circ$$
$$5x+15=180^\circ$$
$$5x=180^\circ-15=165$$
$$x=165\div 5$$
$$x=33^\circ$$

$$\angle 7=2\times 33+15$$
$$\angle 7=81^\circ$$
$$\angle 8=3\times 33$$
$$\angle 8=99^\circ$$

∠7 = ∠5 = ٨١° بالتقابل بالرأس

∠8 = ∠6 = 99° بالتقابل بالرأس

اكتب كلا من العبارتين الشرطيتين الآتيتين على صورة (إذا كان... فإن):

١٤) إذا كانت الزاوية حادة فإن قياسها اقل من ٩٠°

١٥) إذا تقاطع مستقيمان متعامدان فإنهما يكونان زوايا قائمة.

اختيار من متعدد:

١٦) C

الإعداد للاختبارات المعيارية:

تمارين ومسائل

١) D

٢) C

أسئلة الاختيار من متعدد

1) C

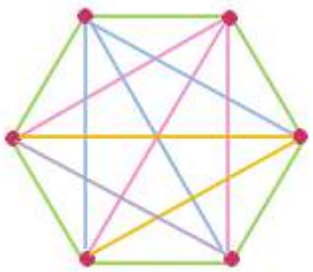
2) A

٣) C

٤) B

٥) D

٦) أرجوحة: C ، ١٥ طريقة



أسئلة ذات إجابات قصيرة

٧) $AB + BD = AD$

٨) $\overline{DF} = 12 - 15 = 3\,mm$

٩) خاصية الطرح للمساواة

١٠) المعاكس الإيجابي: إذا لم تكن الزاوية منفرجة فلن يكون قياسها اكبر من ٩٠°

١١)

E منتصف $\overline{DF}$

$DE = EF$

$8x - 3 = 3x + 7$

$8x - 3x - 3 = 7$

$5x - 3 = 7$

$5x = 7 + 3$

$5x = 10$

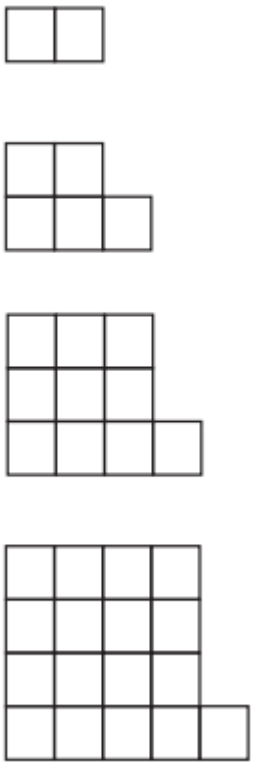
$x = 2cm$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

أسئلة ذات إجابات مطولة

(١٢



a) عدد مربعات كل شكل يساوي رقم الشكل زائد ١

b) العبارة الجبرية هي: $n^2 + 1$

c)

$6^2 + 1 = 37$

عدد المربعات في الشكل السادس = ٣٧ مربع

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

المستوى الأول
النظام الفصلي

الفصل الثاني
التوازي
و
التعامد

Parallel
And
Perpendicular

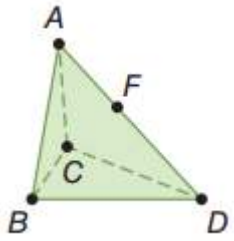
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

الفصل 2 التوازي والتعامد
Parallel And Perpendicular

التهيئة للفصل 2

استعن بالشكل المجاور:



١) يوجد ٣ مستويات في هذا الشكل

٢) النقاط A,F,D ثلاث نقاط علي استقامة واحدة

٣) نعم تقع النقطة C, D,B في المستوى نفسه

٤) أجهزة: نعم، تقع جميع الرؤوس السفلية في المستوي نفسه

أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:

5) $\angle 1 = 180^\circ - 67^\circ = 113^\circ$

لأنها زاوية مجاورة لزاوية أخري على مستقيم لذلك مجموعهم = ١٨٠

6) $\angle 2 = 180^\circ - 23^\circ = 157^\circ$

لأنها زاوية مجاورة لزاوية أخري على مستقيم لذلك مجموعهم = ١٨٠

7) $\angle 3 = 90^\circ$ زاويتان متجاورتان

8) $\angle 4 = 23^\circ$ بالتقابل بالرأس

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

أوجد قيمة x لقيم a,b المعطاة في كل معادلة مما يأتي:

9) $a+8=-4(x-b)$

$8+8=-4(x-3)$

$16=-4(x-3)$

$4=-(x-3)$

$-4=x-3$

$-4+3=x$

$x=-1$

10) $b=3x+4a$

$12=3x+4\times(-9)$

$12=3x-36$

$12+36=3x$

$48=3x$

$x=48\div 3$

$x=16$

11) $\frac{a+2}{b+13}=5x$

$\frac{18+2}{-1+13}=5x$

$\frac{20}{12}=5x$

$20=60x$

$x=\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$

١٢) معارض:

ما دفعة أحمد + أخوة = ٨٠

$80=95-15$

ثمن بطاقة الدخول الواحدة = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:

1A) $\overline{EH}$, $\overline{GF}$, $\overline{ED}$, $\overline{FA}$

1B) $\overline{AB}$ أو $\overline{GF}$ أو $\overline{CD}$

1C) المستوى ABG

2A) متبادلتان داخلياً

2B) متناظرتان

2C) متبادلتان خارجياً

2D) متحالفتان

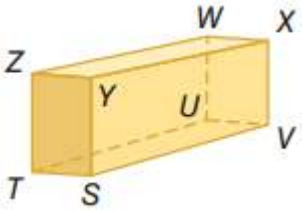
3A) المستقيم j؛ متبادلتان خارجياً.

3B) المستقيم L؛ متبادلتان داخلياً.

3C) المستقيم k؛ متناظرتان.

3D) المستقيم L؛ متحالفتان.

حدد كلا مما يأتي مستعملاً متوازي المستطيلات في الشكل المجاور: المثال١



1) $\overline{XY}$, $\overline{TU}$,$\overline{ZW}$

2) TUV

3) $\overline{ZW}$, $\overline{WU}$

4) إنشاءات:

4a) المستوى $ABCD$ يوازي المستوى $FGHE$

المستوى $ADEF$ يوازي المستوى $BCHG$

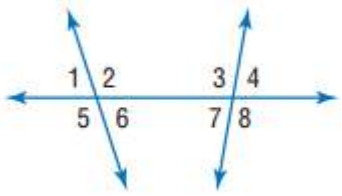
المستوى $DCHE$ يوازي المستوى $ABGF$

4b) $\overline{CH}$, $\overline{BG}$, $\overline{AF}$

4c) $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$

4d) $\overline{CH}$ و$\overline{JK}$ ؛ $\overline{BG}$ و$\overline{JK}$

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢



5) متبادلتان خارجياً.

6) متناظرتين.

7) متبادلتان داخلياً.

8) متحالفتان.

استعن بالشكل المجاور لتحدد القاطع الذي يصل بين كل زوج من الزوايا فيما يأتي ، ثم صنف زوج الزوايا إلي زاويتين متبادلتين داخلياً أو خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢

9) المستقيم n؛ متناظرتين.

10) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.

11) المستقيم m؛ متحالفتان.

12) المستقيم p؛ متبادلتان داخلياً.

تدرب وحل المسائل

حدد كلا مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور: مثال١

13) $\overline{CL}$, $\overline{EN}$, $\overline{BK}$, $\overline{AJ}$

14) JLM

15) $\overline{EN}$

16) DCL, NML, AED, AEN

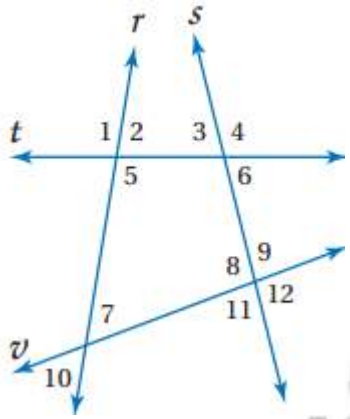
17) $\overline{KL}$, $\overline{CL}$, $\overline{BK}$, $\overline{ML}$, $\overline{DM}$, $\overline{NM}$, $\overline{KJ}$

18) $\overline{AJ}$

19) $\overline{KJ}$

20) $\overline{AE}$

مستعملاً الشكل المجاور، صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين خارجياً أو داخلياً أو متناظرتين أو متحالفتين: مثال٢



21) متناظرتين

22) متحالفتين

23) متبادلتان داخلياً

24) متناظرتين

25) متبادلتان خارجياً

26) متبادلتان خارجياً

27) متحالفتين

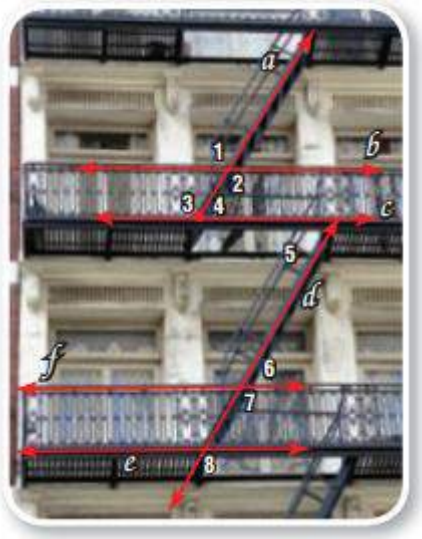
28) متبادلتان خارجياً

29) متبادلتان خارجياً

30) متبادلتان داخلياً

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

سلم طوارئ: المثال٣



31) المستقيم a؛ متناظرتين

32) المستقيم a؛ متحالفتين

33) المستقيم c؛ متبادلتان داخلياً

34) المستقيم d؛ متبادلتان داخلياً

35) المستقيم d؛ متناظرتان

36) المستقيم a؛ متبادلتان خارجياً

37) كهرباء:

a) بما أن المستقيمين يقعان في المستوى نفسه وغير متلاقيين فإنهما متوازيان.

b) الخط q يمثل قاطعاً لكل من p و m.

استعن بالشكل المجاور لتصف العلاقة بين كل زوج من القطع المستقيمة الآتية بكتابة متوازيتين أو متخالفتين أو متقاطعتين:

38) متوازيتين

39) متخالفتين

40) متقاطعتين

41) متوازيتين

42) متخالفتين

43) متقاطعتين

44) خداع بصري:

a) $\overline{AB}$ توازي $\overline{DC}$ ؛ المسافة بين القطعتين المستقيمتين هي نفسها من أي موقع على القطعة المستقيمة.

b) $\overline{MN}$ توازي $\overline{QR}$ ؛ OP قاطع لكل من $\overline{CD}$ و $\overline{AB}$

45) سلم كهربائي:

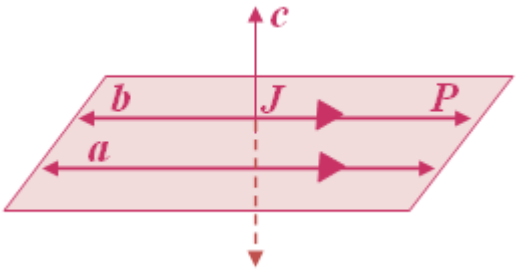
a) متوازية

b) تقع على استقامة واحدة

c) متخالفة

مسائل مهارات التفكير العليا

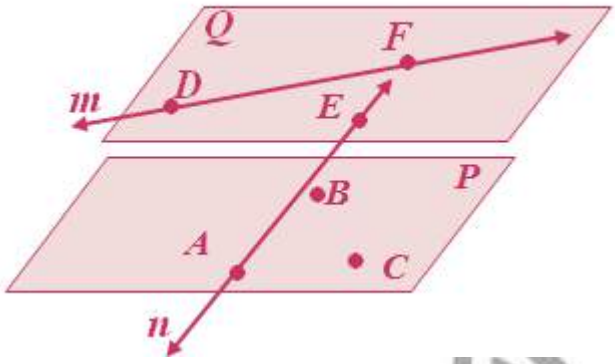
46) مسألة مفتوحة:



47)

- تحد:

a)



b) متوازيان

c) متخالفان

- <u>تبرير:</u>

48) صحيحة أحياناً؛ إما أن يكون $\overleftrightarrow{AB}$ موازياً لـ $\overleftrightarrow{CD}$ أو يخالفه؛ لأنهما لا يتقاطعان أبداً ولا يقعان في المستوى نفسه.

49) صحيحة أحياناً؛ $\overleftrightarrow{AB}$ يقطع المستقيم $\overleftrightarrow{EF}$ اعتماداً على تقاطع المستويين X, Z.

50) اكتب:

لا يكون المستويان متخالفين؛ لأن تعريف المستقيمين المتخالفين ينصُّ على أن المستقيمين لا يتقاطعان ولا يقعان في المستوى نفسه.

والمستويان المتخالفان لا يقعان في المستوى نفسه، ولكنهما يكونان متوازيين أو متقاطعين.

تدريب على الاختبار المعياري

51) B

52) D

مراجعة تراكمية

53) $(2x-4)+(2x+4)$

$2x-4+2x+4=180$

$4x=180$

$x=45$

$\angle 9=(2x-4)^\circ$

$\angle 9=(2\times 45-4)^\circ=86^\circ$

$\angle 10=(2x+4)^\circ$

$\angle 10=(2\times 45+4)^\circ=94^\circ$

54) $(4x)+(2x-6)=180^\circ$

$6x-6=180$

$6x=186$

$x=31$

$\angle 11=4x=4\times 31$

$\angle 11=124^\circ$

$\angle 12=2x-6=2\times 31-6$

$\angle 12=56^\circ$

55) $(100+20x)+(20x)=180^\circ$

$100+40x=180$

$40x=180-100=80$

$x=80\div 40=2$

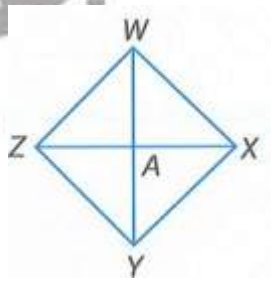
$\angle 19=100+20x=100+40$

$\angle 19=140^\circ$

$\angle 20=20x=20\times 2$

$\angle 20=40^\circ$

56) برهان:



المعطيات: $\overline{WY}\cong\overline{ZX}$ ، A منتصف $\overline{WY}$، A منتصف $\overline{ZX}$

المطلوب: $\overline{WA}\cong\overline{ZA}$

البرهان:

١) $\overline{WY}\cong\overline{ZX}$ ، A منتصف $\overline{WY}$، A منتصف $\overline{ZX}$ (معطيات)

٢) $WY=ZX$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

٣) $WA=AY$, $ZA=AX$ (تعريف نقطة المنتصف)

٤) $ZX=ZA+AX$,$WY=WA+AY$ (مسلَّمة جمع القطع المستقيمة)

٥) $WA+AY=ZA+AX$ (بالتعويض)

٦) $WA+WA=ZA+AX$ (بالتعويض)

٧) $2WA=2ZA$ (بالتعويض)

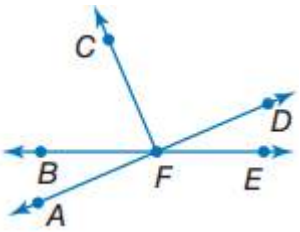
٨) $WA=ZA$ (خاصية القسمة)

٩) $\overline{WA} \cong \overline{ZA}$ (تعريف تطابق القطع المستقيمة)

57) استعمل قانون الفصل المنطقي أو قانون القياس المنطقي لتحصل على نتيجة صحيحة إن أمكن من العبارتين الآتيتين؟

لا نتيجة صحيحة

جبر: في الشكل المجاور:



58)

$\overline{FC} \perp \overline{AD}$ بما أن

$\angle CFD = 90^\circ$ إذن

$\angle CFD = (12a + 45)^\circ = 90^\circ$

$12a = 90^\circ - 45$

$12a = 45$

$a = 3.75$

59)

$\angle BFC + \angle AFB = 90^\circ$

$14x + 8 + 8x - 6 = 90$

$22x + 2 = 90$

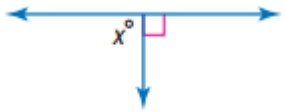
$22x = 89$

$x = 4.05 \approx 4$

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

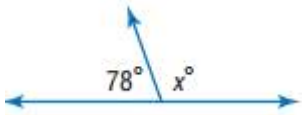
60)



$x = 90^\circ$

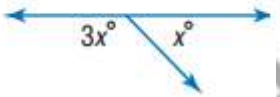
لأنهم زاويتان متجاورتان على مستقيم مجموعهم ١٨٠

61)



$x = 180 - 78 = 102^\circ$

62)



$3x + x = 180$
$4x = 180$
$x = 45$

****

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

حلّل النتائج:

1) $\angle FAC, \angle GAB, \angle JBA, \angle KBD$ لها القياس نفسه.

$\angle CAG, \angle FAB, \angle ABK, \angle JBD$ لها القياس نفسه.

2)

الزاوية	$\angle FAC$	$\angle CAG$	$\angle GAB$	$\angle FAB$	$\angle JBA$	$\angle ABK$	$\angle KBD$	$\angle JBD$
القياس الأول	114°	66°	114°	66°	114°	66°	114°	66°
القياس الثاني	87°	93°	87°	93°	87°	93°	87°	93°
القياس الثالث	45°	135°	45°	135°	45°	135°	45°	135°
القياس الرابع	122°	58°	122°	58°	122°	58°	122°	58°
القياس الخامس	150°	30°	150°	30°	150°	30°	150°	30°

3) عيّن أزواج الزوايا التي لها الأسماء الخاصة الآتية:

3a) المتناظرة: $\angle FAC$ و $\angle JBA$ ، $\angle CAG$ و $\angle ABK$ ، $\angle GAB$ و $\angle KBD$ ، $\angle FAB$ و $\angle JBD$؛ إذا قاطع مستقيمين متوازيين، فإن أزواج الزوايا المتناظرة متطابقة.

3b) المتبادلة داخلياً: $\angle FAB$ و $\angle ABK$، $\angle GAB$ و $\angle JBA$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

3c) المتبادلة خارجياً: $\angle FAC$ و $\angle KBD$ ، $\angle CAG$ و $\angle JBD$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزوايا المتبادلة خارجياً متطابقة.

3d) المتحالفة: $\angle ABK$, $\angle GAB$, $\angle GAB$, $\angle FAB$؛ إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، فإن الزاويتين المتحالفتين متكاملتان.

4) اسحب النقطة C أو D بحيث يكون قياس أي من الزوايا $= ٩٠^\circ$.

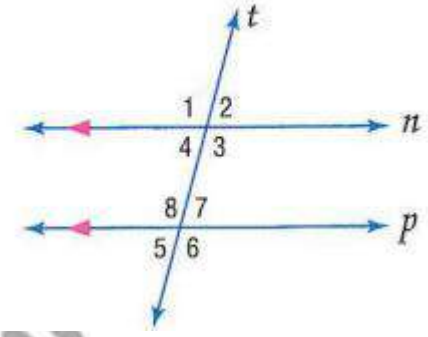
4a) قياس جميع الزوايا 90°.

4b) إذا قطع قاطع مستقيمين متوازيين، وكان عمودياً على أحد المستقيمين، فإنه يعامد المستقيم الآخر.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

تلقق



1A) $\angle 1 = \angle 8 = $ $= 105^\circ$ الزاويتين المتناظرتين.

1B) $\angle 2 = \angle 4 = 75^\circ$ بالتقابل بالرأس ؛ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

1C) $\angle 3 = \angle 1 = 105^\circ$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

تلقق

2A) تخطيط المدن:

$\angle 1 = \angle 2 = 100$ بالتبادل

$\angle 4$, $\angle 2$ علي استقامة واحدة

$\angle 4 = 180 - 100 = 80^\circ$ ؛ نظرية تكامل الزوايا.

(2B

$\angle 3 \cong \angle 4$ ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$\angle 3 = \angle 4$ ؛ نظرية تطابق الزوايا.

$\angle 3 = 70^\circ$ بالتعويض.

(3A بما أن المستقيمين j و K متوازيان فإن $\angle 2$ و $\angle 7$ متطابقتان بحسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

$m\angle 2 = m\angle 7$ (تعريف التطابق)

$4x + 7 = 5x - 13$ (بالتعويض)

$4x + 20 = 5x$ (بإضافة ١٣ لكلا الطرفين)

$20 = x$ (بطرح $4x$ من كلا الطرفين)

(3B

بما أن المستقيمين j و k متوازيان فإن $\angle 3$ و $\angle 5$ متكاملتان بحسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$m\angle 3 + m\angle 5 = 180^\circ$ (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

$68 + 3y - 2 = 180^\circ$ (بالتعويض)

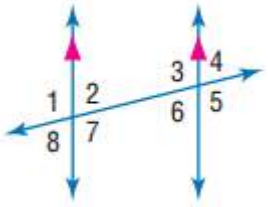
$3y + 66 = 180^\circ$ (بالتبسيط)

$3y = ١١٤$ (بالطرح)

$y = 38^\circ$ (بقسمة الطرفين على 3)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: المثال ١



1) $\angle 1 = \angle 3 = 94^\circ$ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

2) $\angle 1 = \angle 5 = 94^\circ$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

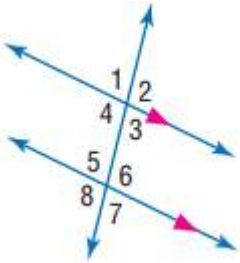
3)

$\angle 5$ و $\angle 4$ زاويتين متجاورتين على استقامة واحدة

$\angle 4 = 180 - 94 = 86^\circ$

مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين، ونظرية الزاويتين المتكاملتين.

في الشكل المجاور : أوجد قياس كل من الزوايا الآتية واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها: مثال٢



4)

$\angle 4 = \angle 6 = 101^\circ$ بالتبادل ؛ نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

5)

∠4 و ∠5 متحالفتان إذن مجموعهم = ١٨٠

إذن ∠5 = 180 − 101 = 79°

و ∠5 تساوي ∠7 بالتقابل بالرأس .

∠7 = 79°

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، ونظرية الزاويتين المتحالفتين.

6)

∠4 و ∠5 متحالفتان إذن مجموعهم = ١٨٠

إذن ∠5 = 180 − 101

∠5 = 79° ؛ نظرية الزاويتين المتحالفتين.

7) طرق:

$m\angle 2 = 93^\circ$ بالتبادل داخلياً

بما أن مكملة ∠3 تساوي ∠2 بالتناظر

إذن ∠3 = 180 − 93

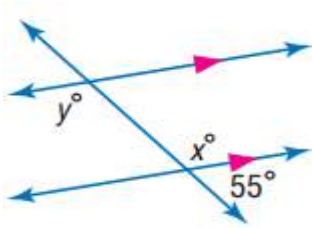
∠3 = 87°

∠4 تساوي مكملة ٩٣ بالتناظر

∠4 = 180 − 93 = 87°

أوجد قيمة كل متغير في الأشكال الآتية. وضح تبريرك: المثال٣

(8

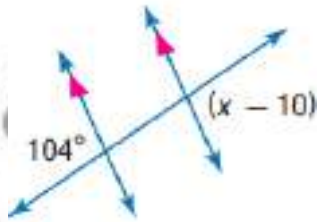


نظرية الزاويتين المتكاملتين $x = 125$

$x + 55 = 180$
$x = 180 - 55$
$x = 125$

، نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً $y = x = 125$

(9

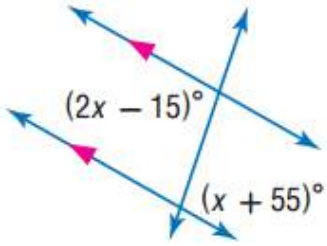


نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً $x - 10 = 104$

$x = 104 + 10$

$x = 114°$

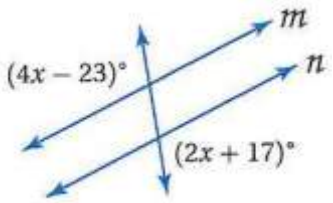
(10



$2x-15=x+55$
$2x-x=55+15$
$x=70^\circ$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

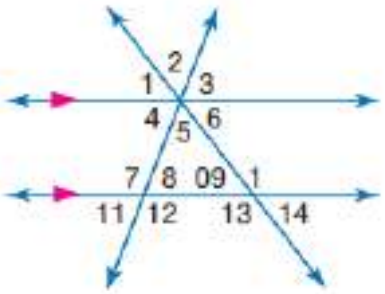
(11



$4x-23=2x+17$
$4x-2x=17+23$
$2x=40$
$x=20$

تدرب وحل المسائل

في الشكل المجاور: المثالان ٢,١



(12 $\angle 4 = \angle 11 = 22^\circ$ بالتناظر ؛ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

(13 $\angle 3 = \angle 4 = 22^\circ$ بالتقابل بالرأس

(14

نظرية زاويتان متبادلتان خارجياً ونظرية الزاويتين المتكاملتين

$\angle 1 = \angle 14$ ، $\angle 3 = \angle 11$ بالتبادل خارجياً

$\angle 3 + \angle 2 + \angle 1 = 180$ زوايا متجاورة على استقامة واحدة

$180 = 18 + \angle 2 + 22$
$180 - 40 = \angle 2$
$140^\circ = \angle 2$

(15

$180 = \angle 14 + \angle 10$
$180 = 18 + \angle 10$ نظرية الزاويتين المتكاملتين.
$162^\circ = \angle 10$

(16

$\angle 5 = \angle 2 = 140^\circ$ نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

(17

$\angle 1 = \angle 14 = 18^\circ$ نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

طاقة شمسية:

18) متكاملان؛ لأنهما زاويتان متحالفتان.

19) متطابقان؛ لأنهما زاويتان متناظرتان.

20) متطابقتان؛ لأنهما زاويتان متبادلتان خارجياً.

21) متكاملتان؛ بما أن $\angle 3$ و $\angle 5$ متجاورتان على مستقيم فإنهما متكاملتان. $\angle 4$ و $\angle 5$ متطابقتان لأنهما زاويتان متبادلتان خارجياً، لذا فإن $\angle 3$ تكمل $\angle 4$.

أوجد قيمة كل متغير من الأشكال الآتية. وضح تبريرك

22)

حسب مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين:

$3x - 15 = 105$
$3x = 105 + 15 = 120$
$x = 120 \div 3$
$x = 40$

حسب نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$3x - 15 + y + 25 = 180$
$3 \times 40 - 15 + y + 25 = 180$
$y + 130 = 180$
$y = 50^\circ$

23)

حسب نظرية الزاويتين المتجاورين على مستقيم $180 - 54 = 126$

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً $126 = 2x$

$x = 126 - 2 = 63$
$x = 63^\circ$

24)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً:

$2x = 108$
$x = 108 \div 2$
$x = 54^\circ$

حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين: $y = 12$

$5y + 120 = 180$
$5y = 60$
$y = 60 \div 5$
$y = 12$

25)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

$3x - 14 = 2x + 25$
$3x - 2x = 25 + 14$
$x = 39$

26)

حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$5x - 20 = 90$

$5x = 110$

$x = 22$

27)

حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً

$21 + 2x = x + 48$

$2x - x = 48 - 21$

$x = 27$

28) برهان:

العبارات	المبررات
a) $m \parallel n$ ، l قاطع للمستقيمين m, n.	a) معطى
b) $\angle 1, \angle 3$ متجاورتان على مستقيم	b) تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم.
$\angle 2, \angle 4$ متجاورتان على مستقيم	
c) $\angle 1, \angle 3$ متكاملتان.	c) نظرية الزاويتين المتكاملتين
$\angle 2, \angle 4$ متكاملتان.	d) نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.
d) $\angle 1 \cong \angle 4, \angle 2 \cong \angle 3$	e) تعريف تطابق الزوايا
e) $m\angle 1 = \angle 4, m\angle 2 = m\angle 3$	f) بالتعويض.
f) $\angle 1, \angle 2$ متكاملتان.	
$\angle 3, \angle 4$ متكاملتان.	

تخزين:

29) متطابقتان؛ زاويتان متبادلتان داخلياً.

30) متطابقتان؛ زاويتان متناظرتان.

31) متطابقتان؛ زاويتان متقابلتان بالرأس.

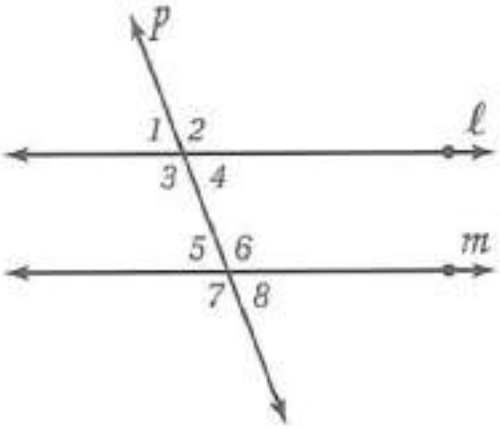
32) متتامتان؛ لأن المستقيمين الرأسي والأفقي متعامدان ويشكلان زوايا قائمة.

33) برهان:

المعطيات: $l \parallel m$

المطلوب: $\angle 8 \cong \angle 1$ ، $\angle 7 \cong \angle 2$

البرهان:



١) $l \parallel m$ (مُعطى)

٢) $\angle 6 \cong \angle 2$ ، $\angle 5 \cong \angle 1$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

٣) $\angle 7 \cong \angle 6$ ، $\angle 8 \cong \angle 5$ (نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس)

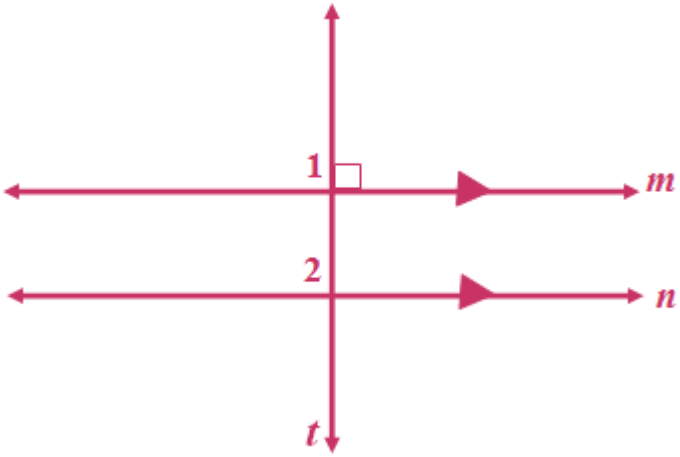
٤) $\angle 7 \cong \angle 2$ ، $\angle 8 \cong \angle 1$ (خاصية التعدي)

34) برهان:

المعطيات: $m \parallel n$ ، $t \perp m$

المطلوب: $t \perp n$

البرهان:



١) $m \parallel n$ ، $t \perp m$ (معطيات)

٢) $\angle 1$ قائمة (تعريف التعامد)

٣) $\angle 1 = 90^\circ$ (تعريف الزاوية القائمة)

٤) $\angle 2 \cong \angle 1$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

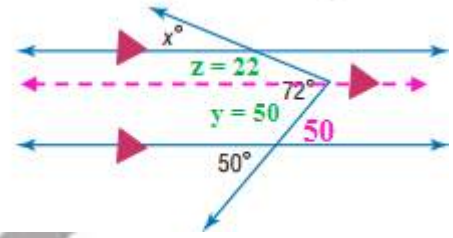
٥) $m\angle 2 = m\angle 1$ (تعريف تطابق الزوايا)

٦) $m\angle 2 = 90^\circ$ (بالتعويض)

٧) $\angle 2$ زاوية قائمة (تعريف الزاوية القائمة)

٨) $n \perp t$ (تعريف المستقيمين المتعامدين).

(35



الزاوية 50° تساوي المقابلة لها حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس

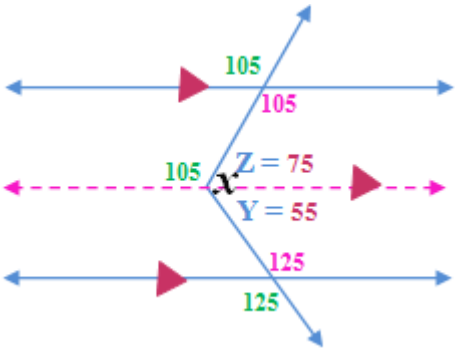
رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الأخرين

$Y = 50^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

$Z = 72 - 50 = 22^\circ$

$Z = X = 22^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

(36



الزاوية 125° تساوي المقابلة لها وكذلك زاوية 105° حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس.

رسم مستقيم يوازي كل من المستقيم الأخرين.

باستحدام نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً والزاويتين المتجاورتين على مستقيم.

$Y = 180 - 125 = 55^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان والزاويتان المتجاورتان.

$Z = 180 - 105 = 75^\circ$ حسب نظرية الزاويتان المتجاورتان.

$X = Y + Z$ حسب نظرية الزاويتان المتناظرتان.

$X = 55 + 75 = 130^\circ$

37) احتمالات:

a) يوجد 28 زوجاً من الزوايا، حيث يمكن تشكيل سبعة أزواج من الزوايا مع الزاوية الأولى، وستة ازواج من الزوايا مع الزاوية الثانية؛ لأنها شكلت زوجاً مع الزاوية الأولى، وهكذا فإن عدد أزواج الزوايا يساوي

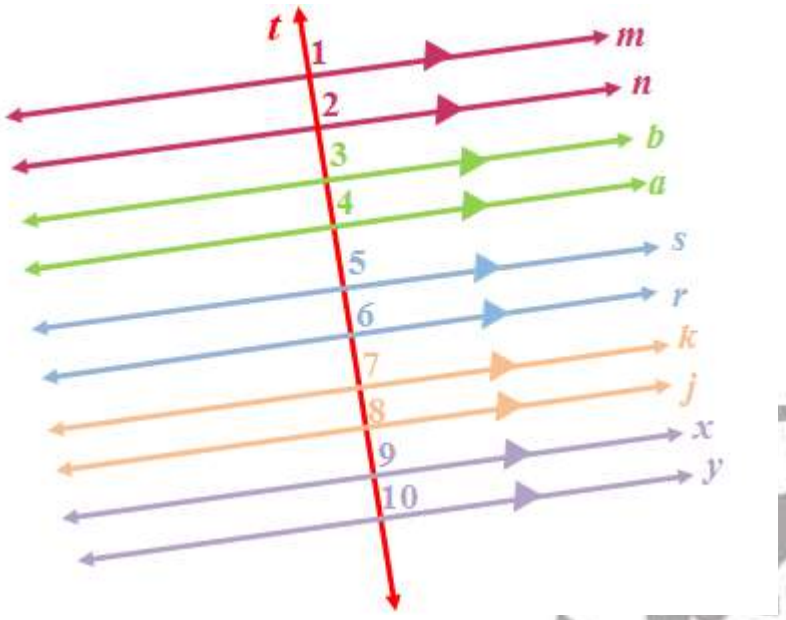
1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 أو 28 زوجاً.

b) توجد علاقتان ممكنتان بين أزواج الزوايا، فإذا اخترنا زاويتين فإنهما إما متطابقتان أو متكاملتان.

c) نصف أزواج الزوايا متطابقة، والنصف الآخر لأزواج الزوايا متكاملة، لذا فإن احتمال إختبار زوج متطابق من الزوايا تكون نسبة 1 إلى 2 أو 50%.

38) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً: المستقيمين m و n:



b) جدولياً:

$m\angle 1$	$m\angle 2$	$m\angle 3$	$m\angle 4$
60	120	60	120
45	135	45	135
70	110	70	110
90	90	90	90
25	155	25	155
30	150	30	150

c) لفظياً: الزاويتان الخارجتان الواقعتان في جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

d) منطقياً: التبرير الاستقرائي؛ ثم استعمال نمطٍ للوصول إلى النتيجة.

e) برهان:

البرهان:

١) المستقيمان m و n متوازيان ويقطعهما المستقيم t. (مُعطى)

٢) $m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$ (نظرية الزاويتين المتكاملتين)

٣) $\angle 4 , \angle 2$ (الزاويتان المتناظرتان متطابقتان)

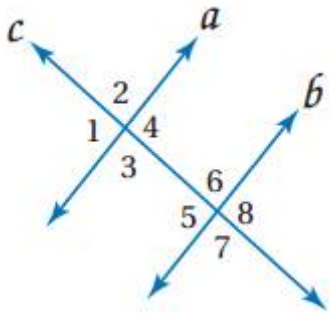
٤) $m\angle 2 = m\angle 4$ (تعريف التطابق)

٥) $m\angle 1 + m\angle 4 = 180^\circ$ (بالتعويض)

٦) ∠1 و ∠4 متكاملتان (تعريف الزاويتين المتكاملتين)

مسائل مهارات التفكير العليا

39) اكتب:

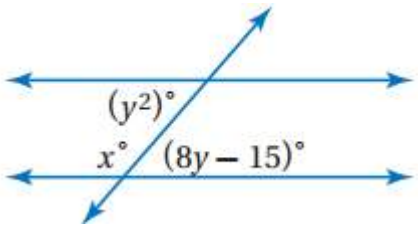


المستقيمان b و c متعامدان؛ بما أن ∠1 و ∠2 متجاورتان على مستقيم؛ فإن:
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$، لكن $\angle 1 \cong \angle 2$ ، لذا $m\angle 1 = m\angle 2$،
بالتعويض $m\angle 1 + m\angle 1 = 180^\circ$ ، لذا $m\angle 1 = 90^\circ$ و $m\angle 2 = 90^\circ$.
لذا فالمستقيمان a و c متعامدان. حسب النظرية 2.4،
وبما ان c عمودي على المستقيم a والمستقيمين a و b متوازيان،
فإن المستقيم c عمودي على المستقيم b أيضاً.

40) اكتب:

يتكون في كلتا النظريتين زوج من الزوايا، عندما يقطع قاطع مستقيمين متوازيين. ومع ذلك ففي نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً، يكون كل زوج من الزوايا المتبادلة داخلياً متطابقاً. في حين يكون كل زوج من الزوايا المتحالفاً متكاملاً في نظرية الزاويتين المتحالفتين.

41) تحد:



$y^2 = 8y - 15$ (نظرية الزاويتان المتبادلتان داخليا متطابقتان)

$y^2 - 8y + 15 = 0$
$(y - 5)(y - 3) = 0$
$y = 5$
$y = 3$

$x + 8y - 15 = 180$ (نظرية الزاويتان المتجاورتان متكاملتان)

عندما $y = ٣$
$x + (8 \times 3) - 15 = 180$
$x + 24 - 15 = 180$
$x + 9 = 180$
$x = 171$

عندما $y = ٥$
$x + (8 \times 5) - 15 = 180$
$x + 40 - 15 = 180$
$x + 25 = 180$
$x = 155$

42) تبرير:
يكفي معرفة قياس زاوية واحدة؛ لأن الزوايا الباقية إما مطابقة لها أو مكملة.

تدريب على الاختبار المعياري

43) C

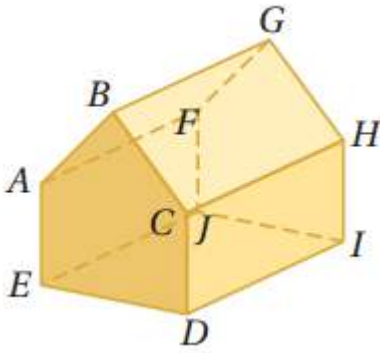
$\angle 1$ و $\angle 2$ و $\angle 3$ زاويا متجاورة علي مستقيم مجموعهم ١٨٠°
$(x - 4) + (3x - 20) + 2x = 180$
$6x - 24 = 180$
$6x = 204$
$x = 34$
$\angle 3 = x - 4$
$\angle 3 = 34 - 4$
$\angle 3 = 30^\circ$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

44) إجابة قصيرة: ١ و ٢

مراجعة تراكمية

حدد كلا مما يأتي مستعملا الشكل المجاور:



45) FG

46) AB, DE, FG, IJ, AE, FJ

47) DCH

48)

$m\angle 1$ و $m\angle 2$ متجاورتين على مستقيم:

$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

$m\angle 1 = 180^\circ - 67 = 113^\circ$

49)

$\angle 6$ و $\angle 8$ زاويتين متتامتين:

$\angle 8 + \angle 6 = 90^\circ$

$\angle 47 + \angle 6 = 90^\circ$

$\angle 6 = 90 - 47 = 43^\circ$

$\angle 7$ و $\angle 8$ و $\angle 6$ زوايا متجاورة على مستقيم:

$\angle 7 = 180 - 90 = 90^\circ$

50)

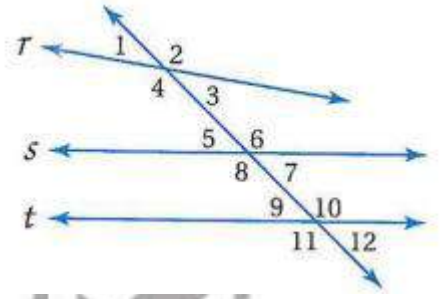
$m\angle 3 = 90^\circ$ نظرية زاويتان متجاورتان على مستقيم:

$m\angle 5 = 90 - 32 = 58^\circ$

قطارات: قطعة مستقيمة 15 (51

استعد للدرس اللاحق

حدد العلاقة بين كل زوج من الزوايا:



٥٢) متبادلتان خارجياً

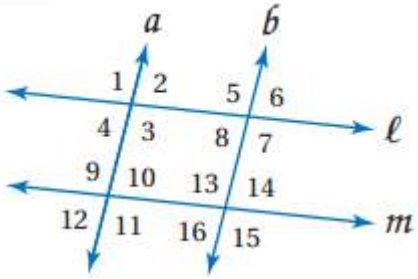
٥٣) متحالفتان

٥٤) متناظرتان

٥٥) متبادلتان خارجيا

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

2-3 إثبات توازي مستقيمين



1A) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

1B) $l \parallel m$ ؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

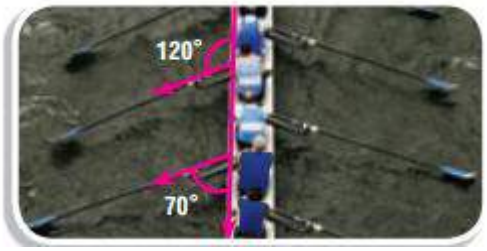
1C) $a \parallel b$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

1D) لا يمكن.

1E) $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

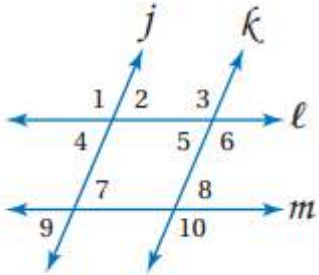
1F) لا يمكن.

3) تجديف:

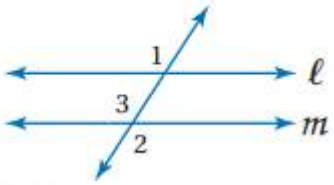


غير ممكن؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً، أو الزاويتان المتبادلتان داخلياً أو الزاويتان المتناظرتان ليستا متطابقتين. وكذلك الزاويتان المتحالفتان غير متكاملتين، لذا فالمستقيمان غير متوازيين.

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازياً، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال١



1) $\angle 1 \cong \angle 3$ إذن $j \parallel k$ ؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.
2) $\angle 2 \cong \angle 5$ إذن $j \parallel k$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.
3) $\angle 3 \cong \angle 10$ إذن $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.
4) $m\angle 6 + m\angle 8 = 180^\circ$ إذن $l \parallel m$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.
5) **برهان:** مثال٣



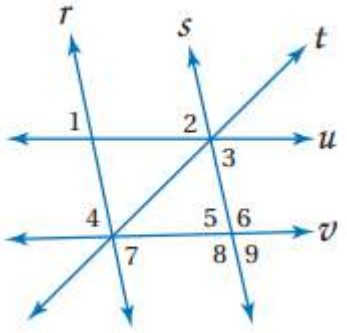
العبارات	المبررات
a) $\angle 1 \cong \angle 2$	a) معطى
b) $\angle 2 \cong \angle 3$	b) الزاويتان المتقابلتان بالرأس متطابقتان.
c) $\angle 1 \cong \angle 3$	c) خاصية التعدي للتطابق
d) $l \parallel m$	d) إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة فإن المستقيمين متوازيان.

6) كراسي:

نعم؛ بما أن الزاويتين المتبادلتين داخلياً متطابقتان فإن مسندي الظهر والقدمين متوازيان.

تدرب وحل المسائل

هل يمكن إثبات أن أيًّا من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي؟ وإذا كان أيها متوازياً، فأذكر المسلمة أو النظرية التي تبرر إجابتك. المثال ١



7) $\angle 1, \angle 2$ زاويتان متناظرتان للمستقيم $\overleftrightarrow{rs}$ ؛
و $\angle 1 \cong \angle 2$ إذن $r \parallel s$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

8) $\angle 2, \angle 9$ زاويتان متبادلتان خارجياً للمستقيم $\overleftrightarrow{uv}$
و $\angle 2 \cong \angle 9$ ؛ إذن $u \parallel v$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً.

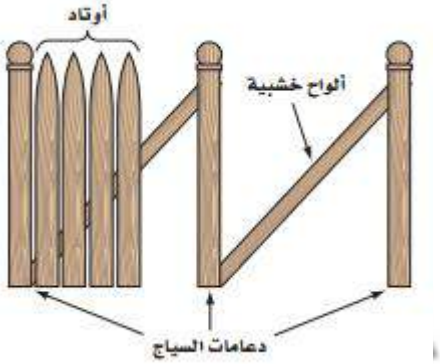
9) $r \parallel s$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

10) $u \parallel v$ ؛ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

11) لا توجد مستقيمات متوازية.

12) $r \parallel s$؛ عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

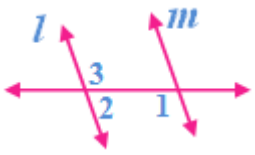
13) حدائق



عندما يقيس سعود الزاوية التي يصنعها كل وتر في السياج مع لوح الخشب، فإنه يقيس زوايا متناظرة، وعندما تكون جميع الزوايا المتناظرة متطابقة، فإن الأوتاد يجب أن تكون متوازية.

14)

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين للنظرية ٢,٦. المثال٣



$m\angle 1$ و $m\angle 2$ متحالفتان (مُعطى).

$m\angle 2$ و $m\angle 3$ متجاورتان على مستقيم (تعريف الزاويتين المتجاورتين على مستقيم).

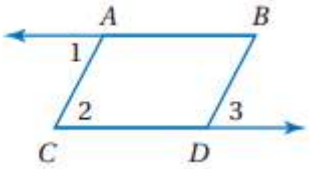
$m\angle 2$ و $m\angle 3$ متكاملتان (تعريف الزاويتان المتكاملتان).

$\angle 1 \cong \angle 3$ (خاصية التعدي).

$l \parallel m$ (عكس مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين).

برهان: اكتب برهاناً ذا عمودين لكل مما يأتي:

15) البرهان:



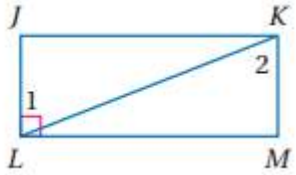
$\angle 1 \cong \angle 3,\ \overline{AC} \parallel \overline{BD}$ (مُعطى)

$\angle 2 \cong \angle 3$ (مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين)

$\angle 2 \cong \angle 1$ (خاصية التعدّي)

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ (إذا كانت الزاويتان المتبادلتان متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان).

16)



البرهان:

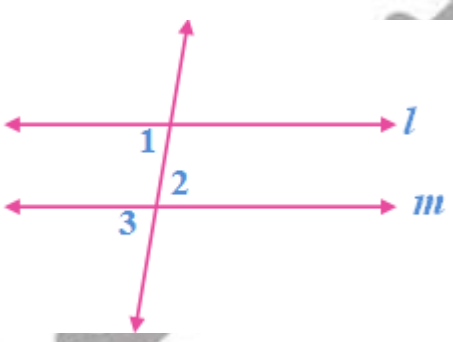
$\overline{LJ} \perp \overline{ML}$, $\angle 1 \cong \angle 2$ (مُعطى)

$\overline{LJ} \parallel \overline{KM}$ (إذا كانت الزاويتان المتبادلتان داخلياً متطابقتين، فإن المستقيمين متوازيان).

$\overline{KM} \perp \overline{ML}$ (نظرية القاطع العمودي).

برهان: اكتب برهاناً حراً لكل من النظريتين الأتيتين:

17) النظرية ٢,٧:



المعطيات: $\angle 1 \cong \angle 2$

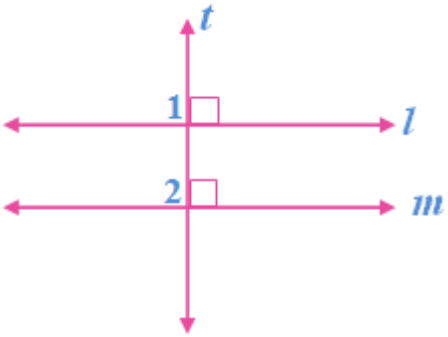
المطلوب: $l \parallel m$

البرهان:

$\angle 2 \cong \angle 3$ لأنهما متقابلتان بالرأس،

ومن ذلك $\angle 1 \cong \angle 3$ باستعمال خاصية التعدي. وبما أن $\angle 1$ و $\angle 3$ زاويتان متناظرتان ومتطابقتان، فإن $l \parallel m$

18) النظرية ٢,٨:



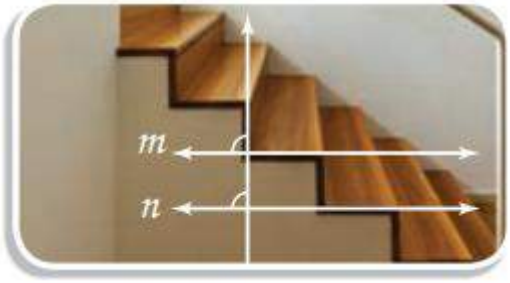
المعطيات: $l \perp t, m \perp t$

المطلوب: $l \parallel m$

البرهان:

بما أن $l \perp t$ و $m \perp t$، فإن قياس كلٍّ من $\angle 1$ و $\angle 2$ يساوي 90° . وبما أن $\angle 1$ و $\angle 2$ لهما القياس نفسه، فإنهما متطابقتان، وبحسب عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين يكون $l \parallel m$

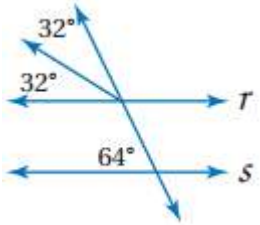
19) درج:



حواف أسطح الدرجات متوازية؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتين.

حدد ما إذا كان المستقيمان R, S متوازيين أم لا في كل مما يأتي:

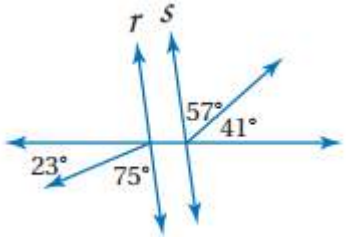
20)



$32 + 32 = 64$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتناظرتان متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

21)

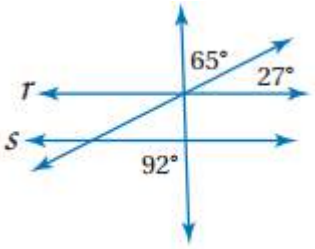


$57^\circ + 41^\circ = 98^\circ$

$75^\circ + 23^\circ = 98^\circ$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

22)

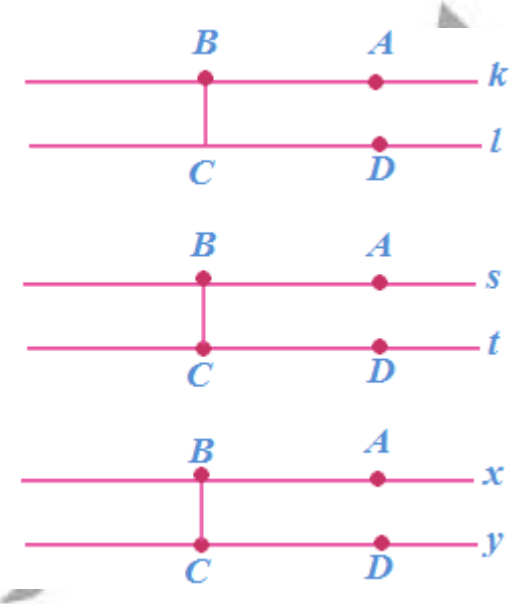


$65^\circ + 27^\circ = 92^\circ$

$r \parallel s$؛ الزاويتان المتبادلتان خارجياً متطابقتان؛ لذا فإن المستقيمين متوازيان.

23) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:



b) جدولياً:

زوج المستقيمات المتوازية	$m\angle ABC$	$m\angle BCD$
k و l	90°	90°
s و t	90°	90°
x و y	90°	90°

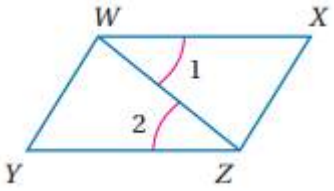
c) لفظياً:

قياس الزاوية التي تكوّنها القطعة المستقيمة مع المستقيمين المتوازيين 90° .

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

مسائل مهارات التفكير العليا

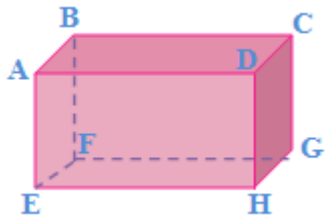
24) اكتشف الخطأ:



إجابة منصورصحيحة ؛ بما أن $\angle 1, \angle 2$ متبادلتان داخلياً، فإن $\overline{WX} \parallel \overline{YZ}$

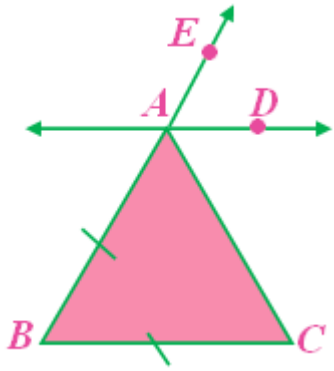
25) تبرير:

لا؛ في الشكل أدناه $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{GC} \perp \overline{BC}$ ، لكن $\overline{AB}$ ليس موازياً على $\overline{GC}$.



26) مسألة مفتوحة:

a)



b) باستعمال المسطرة نجد أن البعد بين المستقيمين ثابت، لذا فهما متوازيان.

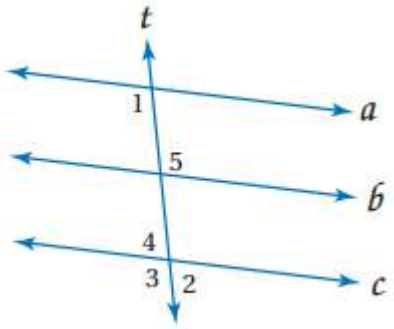
c) $\overleftrightarrow{AB}$ قاطع لكل من $\overleftrightarrow{BC}$ و $\overleftrightarrow{AD}$.

ونُسخت $\angle ABC$ لإنشاء $\angle EAD$ ؛ لذا $\angle ABC \cong \angle EAD$ ،

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

$\angle ABC$ و $\angle EAD$ متناظرتان، وحسب عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين فإن $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$.

27) تحد:



(a

نعلم أن $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. بما أن $\angle 2$ و $\angle 3$ متجاورتان على مستقيم، فإن $\angle 3 + \angle 2 = 180^\circ$

وبالتعويض $\angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 2$

وبطرح $m\angle 2$ من كلا الطرفين نحصل على $m\angle 1 = m\angle 3$.

أي أن $\angle 1 \cong \angle 3$ حسب تعريف الزوايا المتطابقة، لذلك فإن $a \parallel c$؛ لأن الزاويتين المتناظرتين متطابقتان.

(b

نعلم أن $a \parallel c$ و $\angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$.

بما ان $\angle 1$ و $\angle 3$ متناظرتان، فإنهما متطابقتان وقياساهما متساويان.

وبالتعويض: $m\angle 3 + m\angle 3 = 180$ أو $2m\angle 3 = 180^\circ$

وبقسمة كل الطرفين على 2

نحصل على $m\angle 3 = 90^\circ$

لذلك $t \perp c$ لأنهما يشكلان زاوية قائمة.

28) اكتب:

استعمل زاويتين متبادلتين خارجياً ناتجتين عن مستقيمين وقاطع، وبيّن أنهما متطابقتان.

أو بيّن أن زاويتين متحالفتين متكاملتان

أو بيّن أن زاويتين متبادلتين داخلياً متطابقتان

أو بيّن أن مستقيماً يقع في نفس المستوى عموديٌّ على كلا المستقيمين

أو بيّن أن الزوايا المتناظرة متطابقة.

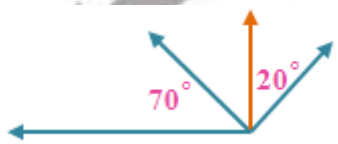
تدريب على الاختبار المعياري

(29 B

(30 C

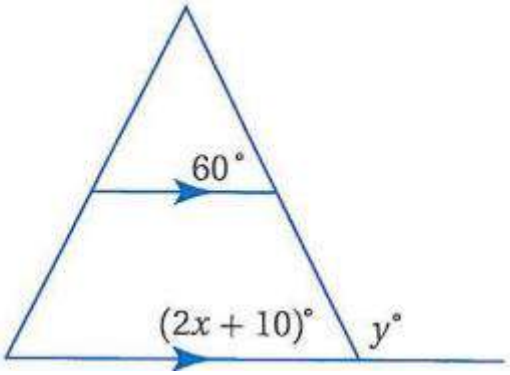
مراجعة تراكمية

(31



(32

احسب قيمة y , x على الشكل التالي:



$2x + 10 = 60$

$2x = 50$

$x = 25$

$2x + 10 = y$

$2 \times 25 + 10 = y$

$y = 60$

استعد للدرس اللاحق

بسط كل من العبارات الآتية:

33) $\frac{6-5}{4-2}=\frac{1}{2}$

34) $\frac{-11-4}{12-(-9)}=\frac{-\cancel{15}^{5}}{\cancel{21}^{7}}=\frac{-5}{7}$

35) $\frac{16-12}{15-11}=\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{4}^{1}}=1$

****

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

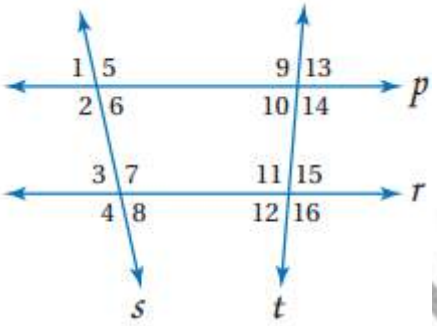
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

اختبار منتصف الفصل

الفصل 2

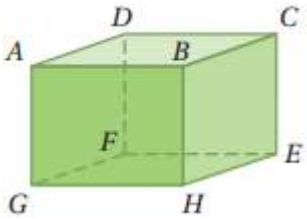
الدروس 2-1 إلى 2-3

استعن بالشكل أدناه لتحدد القاطع الذي يصل كل زوج من الزوايا فيما يأتي، ثم صنف زوج الزوايا ألي زاويتين متبادلتين داخلياً أوخارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين:



1) المستقيم s؛ متبادلتان داخلياً.
2) المستقيم p؛ متبادلتان خارجياً.
3) المستقيم t؛ متحالفتان.
4) المستقيم s؛ متناظرتان.

حدد كل مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



5) $\overline{GF}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$

6) $\overline{AD}$, $\overline{DF}$

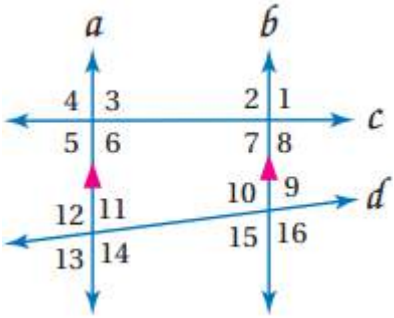
7) GHE

اختيار من متعدد:

8) A: متناظرتان

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

في الشكل المجاور: أوجد قياس كل من الزوايا الآتية:



9) $\angle 2 = \angle 4 = 104^\circ$ مسلَّمة الزاويتين المتناظرتين.

10)

$\angle 8 = \angle 2 = 104$ حسب نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس

$\angle 8 + \angle 9 = 180$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين

$104 + \angle 9 = 180$

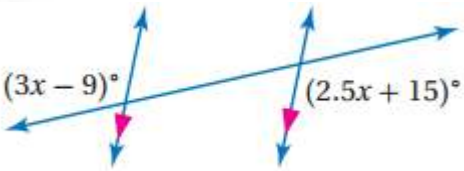
$\angle 9 = 180 - 104$

$\angle 9 = 76^\circ$

11) $\angle 10 = \angle 14 = 118^\circ$ ؛ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً.

12) $\angle 7 = 180 - 104 = 76^\circ$ حسب نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس، و$\angle 7$ مكملة لـ $\angle 6$ حسب نظرية الزاويتين المتحالفتين.

13) أوجد قيمة x في الشكل الآتي:



$$(3x-9)=(2.5x+15)$$

$$3x-9-2.5x=15$$

$$.5x=15+9$$

$$.5x=24$$

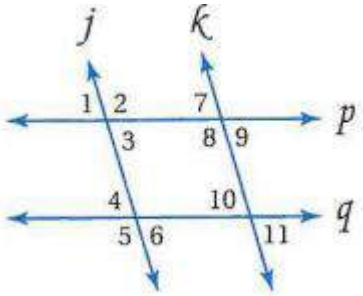
$$x=24\div .5$$

$$x=48$$

14) نجارة:

$x = 40^\circ$ بالتبادل داخلياً

هل يمكن إثبات أن أيا من مستقيمات الشكل الأتية متوازية:



15)

بما أن $\angle 10 \cong \angle 4$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين إذن المستقيم k يوازي المستقيم j

16)

لايوجد

17)

بما أن $\angle 11 \cong \angle 7$ حسب نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً إذن المستقيم p يوازي المستقيم q

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

2-4 ميل المستقيم

1A) $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-(-5)}{6-(-3)}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

1B) $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-(-2)}{8-(-6)}=\frac{-1}{14}$

ميل المستقيم: غير معرف

1C) $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-(-3)}{4-4}=\frac{5}{0}$

1D) $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-3}{-3-4}=\frac{0}{-7}=0$

2) مبيعات:

تعيين النقطتين: (٢٠ , ٢٠٠٣) , (٢٠٠ , ٢٠٠٨)

ميل المستقيم $=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2008-2003}{200-20}=\frac{5}{180}=\frac{1}{36}$

استعمل ميل المستقيم وإحدى النقطتين لإيجاد عدد العلب في ٢٠١٢

(x , ٢٠١٢) , (٢٠٠ , ٢٠٠٨)

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

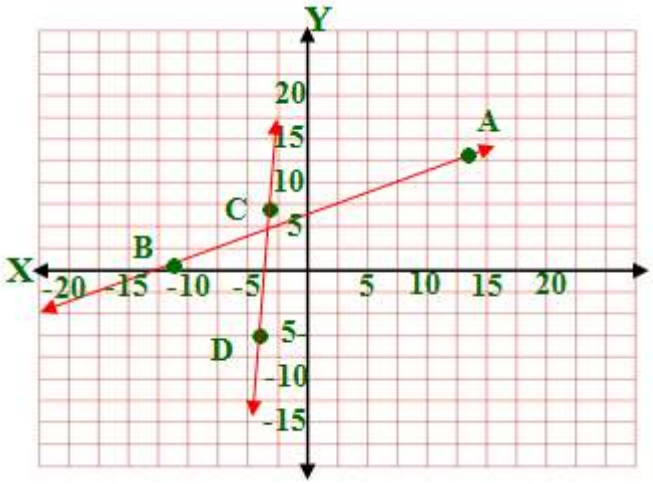
$$\frac{1}{36}=\frac{2008-2012}{200-x}$$
$$200-x=(2008-2012)\times 36$$
$$200-x=-4\times 36$$
$$200-x=-144$$
$$x=344$$

إذن عدد مبيعات العلب عام ٢٠١٢ = ٣٤٤ مليون

3A) غير ذلك

$$\overleftrightarrow{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-13}{-11-14}=\frac{-13}{-25}=\frac{13}{25}$$

$$\overleftrightarrow{CD}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-7}{-4-(-3)}=\frac{-12}{-1}=12$$

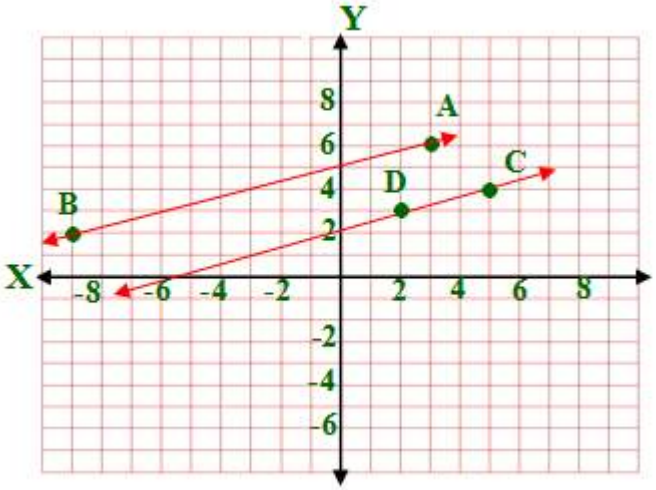


3B) متوازيان

$$\overleftrightarrow{AB}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-6}{-9-3}=\frac{-4}{-12}=\frac{1}{3}$$

$$\overleftrightarrow{CD}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-4}{2-5}=\frac{1}{3}$$

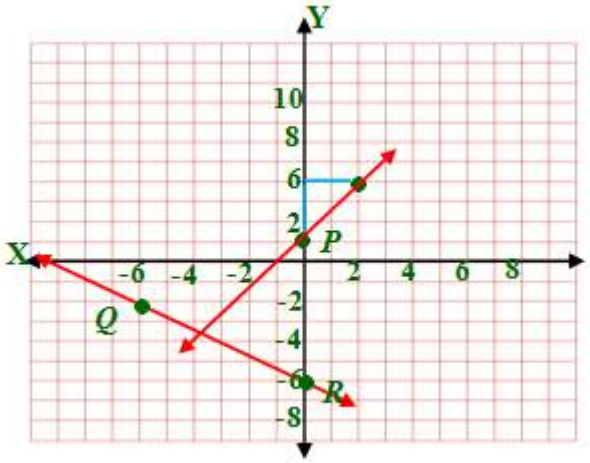
ميل المستقيم الأول يساوي ميل المستقيم الثاني إذن المستقيمان متوازيان.



تحقق ٩٩ صفحة

4) $\overleftrightarrow{QR} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-(-2)}{0-(-6)} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3}$

بما أن $\frac{-2}{3}\left(\frac{3}{2}\right) = -1$ فإن ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{QR}$ يساوي $\frac{3}{2}$



أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال ١

1)

النقطة $j = (-2\ ,\ 3)$ والنقطة $k = (3\ ,\ -2)$

$$m = \overleftrightarrow{KJ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{-2-3} = \frac{5}{-5} = -1$$

2)

النقطة $T = (-٢\ ,\ 2)$ والنقطة $U = (-٢, -٢)$

$$\overleftrightarrow{UT} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-2)}{-2-(-2)} = \frac{4}{0}$$

ميل المستقيم غير معرف

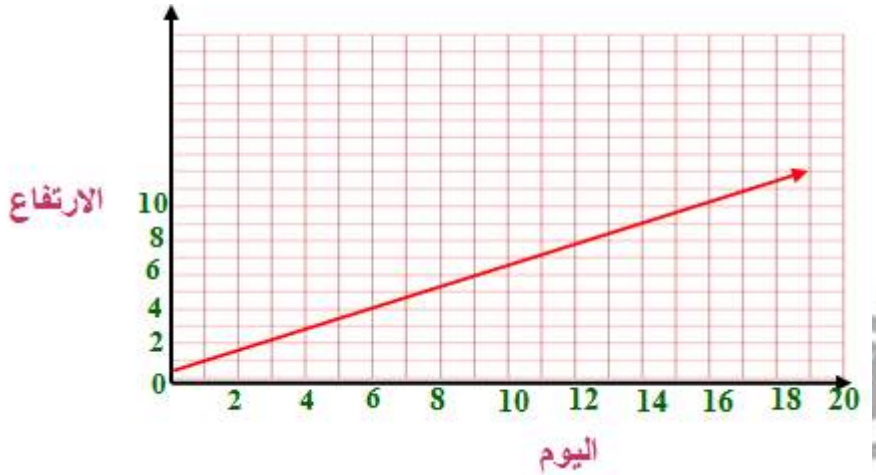
3)

النقطة $A = (1,1.5)$ والنقطة $B = (-1.5,-1.5)$

$$m = \overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1.5-1.5}{-1.5-1} = \frac{-3}{-2.5} = \frac{6}{5}$$

4) علم النبات: المثال٢

(a



(b $\frac{1}{2}$ ؛ يزيد طول النبتة $0.5m$ كل يوم.

(c $8m$

حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{YZ}$, $\overleftrightarrow{WX}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك، ومثل كل مستقيم بيانياً لتتحقق من إجابتك. المثال٣

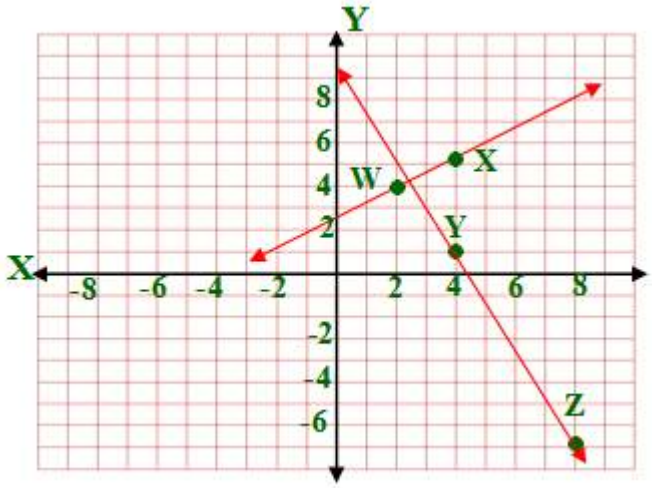
5)

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7-1}{8-4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-4}{4-2} = \frac{1}{2}$$

$$-2 \times \frac{1}{2} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين = ١- إذن هما متعامدان

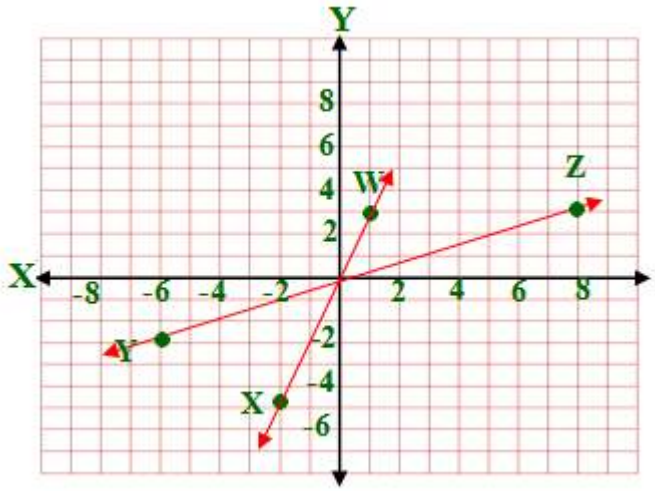


(6

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-(-2)}{8-(-6)} = \frac{5}{14}$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-3}{-2-1} = \frac{-8}{-3} = \frac{8}{3}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا من المستقيمين $\neq -1$ ولا هما متساويان إذن هما غير ذلك

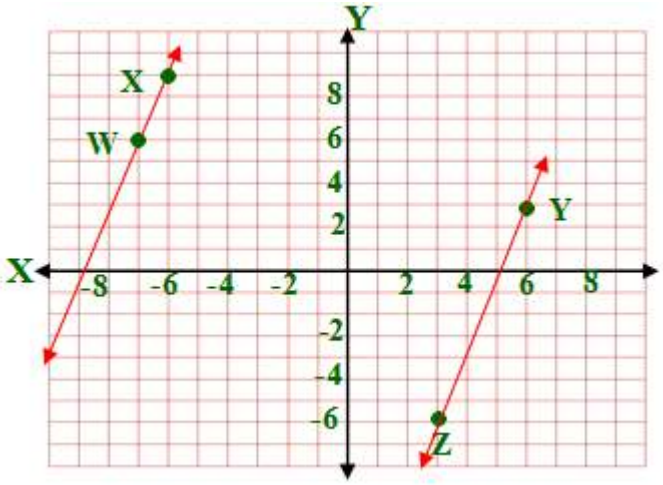


(7

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-3}{3-6} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-6}{-6-(-7)} = \frac{3}{1} = 3$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

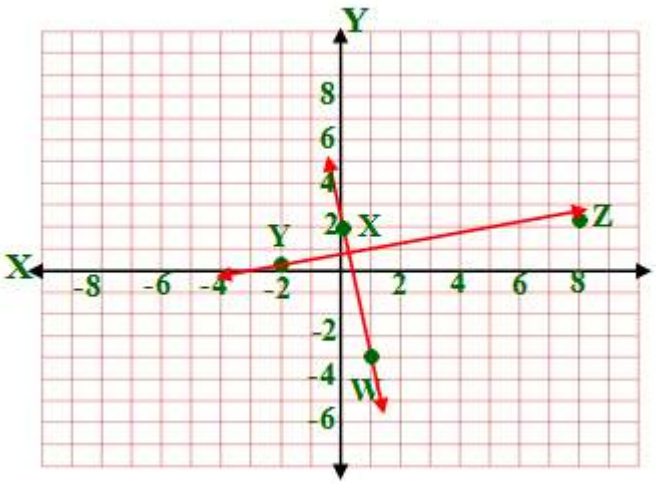


(8

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-0}{8-(-2)} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$$\overleftrightarrow{WX} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-(-3)}{0-1} = \frac{5}{-1} = -5$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهما يساوي ١- إذن هما متعامدان .



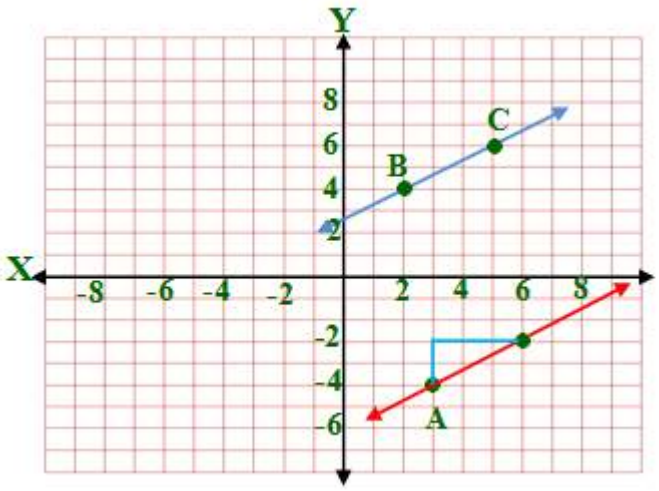
مثِّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال ٤

(9

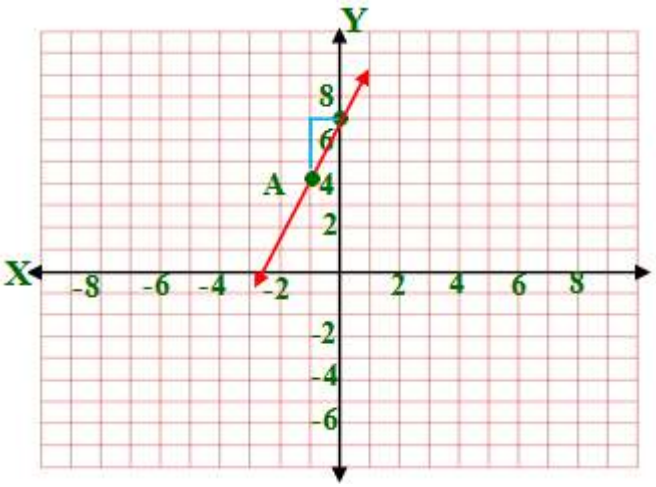
$$\overleftrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6-4}{5-2} = \frac{2}{3}$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (4– , 3) يوازي $\overleftrightarrow{BC}$

إذن ميله يساوي ميل $\overleftrightarrow{BC}$



(10

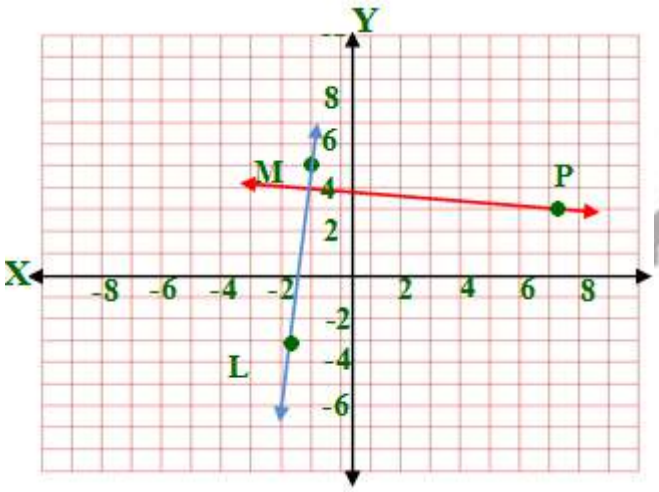


(11

$$\overleftrightarrow{LM} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-3)}{-1-(-2)} = 8$$

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطة (3 , 7) يعامد $\overleftrightarrow{LM}$

إذن ميله يساوي $\frac{-1}{8}$



تدرب وحل المسائل

أوجد ميل كل مستقيم فيما يأتي: المثال١

12) $\frac{6}{7}$

13) $-\frac{4}{5}$

14) غير معرّف

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي: المثال٢

15)

$$m = \overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{-2-3} = \frac{0}{-5} = 0$$

16)

$$m = \overleftrightarrow{EF} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-(-1)}{2-5} = \frac{-3}{-3} = 1$$

17)

$$m = \overleftrightarrow{GH} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-3}{-4-(-4)} = \frac{4}{0}$$

الميل غير معرَّف

18)

$$m = \overleftrightarrow{JK} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-(-3)}{-8-7} = \frac{0}{-15} = 0$$

19)

$$m = \overleftrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-5)}{-3-(-3)} = \frac{4}{0}$$

الميل غير معرَّف

20)

$$m = \overleftrightarrow{RS} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-(-6)}{-6-2} = \frac{11}{-8}$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

21) حواسيب:

a)

b) ٣٠٠ ريال

c)

١٨٠٠ – ٣٠٠ – ٣٠٠ – ٣٠٠ = ٩٠٠ ريال

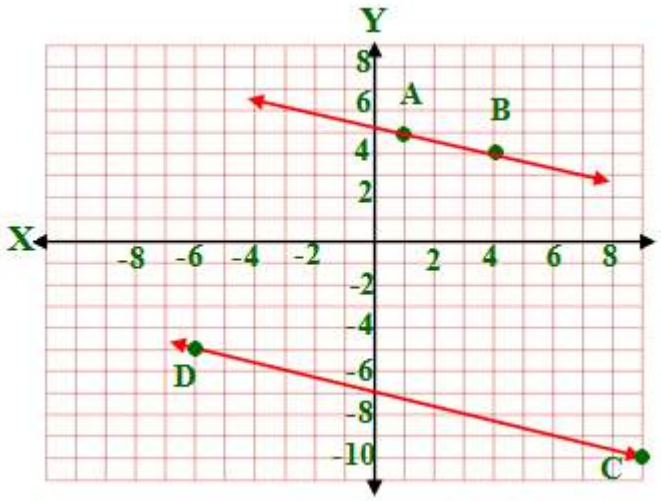
حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{AB}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي، ومثل كل مستقيم بيانياً لتتحقق من إجابتك. المثال٣

22)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-10)}{-6-9} = \frac{5}{-15} = \frac{1}{-3}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-5}{4-1} = \frac{-1}{3}$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .

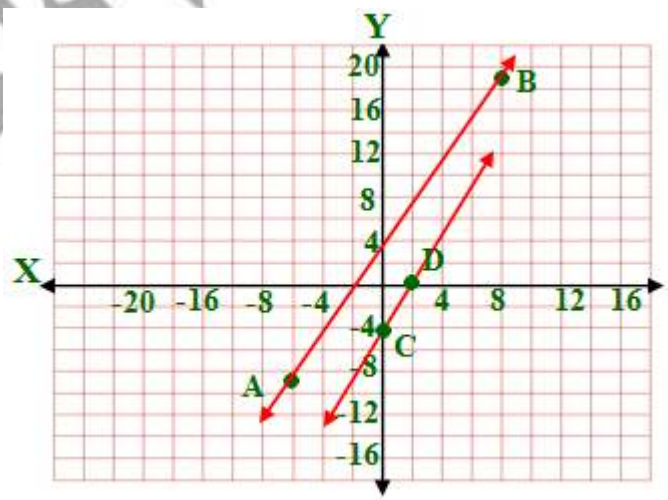


23)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-(-4)}{2-0} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{19-(-9)}{8-(-6)} = \frac{28}{14} = 2$$

بما أن ميل كلا منهما متساويان إذن هما متوازيان .



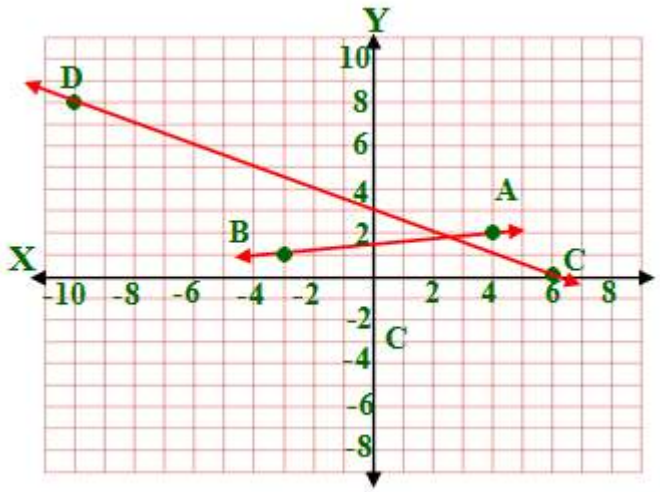
24)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{8-0}{-10-6} = \frac{8}{-16} = \frac{1}{-2}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-2}{-3-4} = \frac{-1}{-7} = \frac{1}{7}$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم = -1

إذن هما غير ذلك .

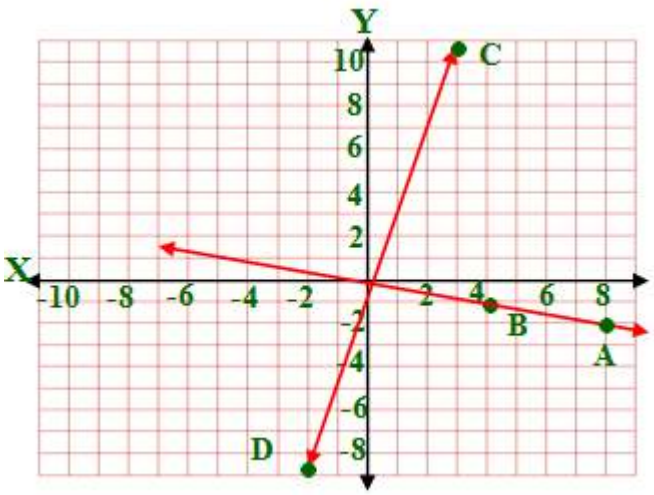


25)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-9-11}{-2-3} = \frac{-20}{-5} = 4$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-2)}{4-8} = \frac{1}{-4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهم = -1 إذن هما متعامدان.

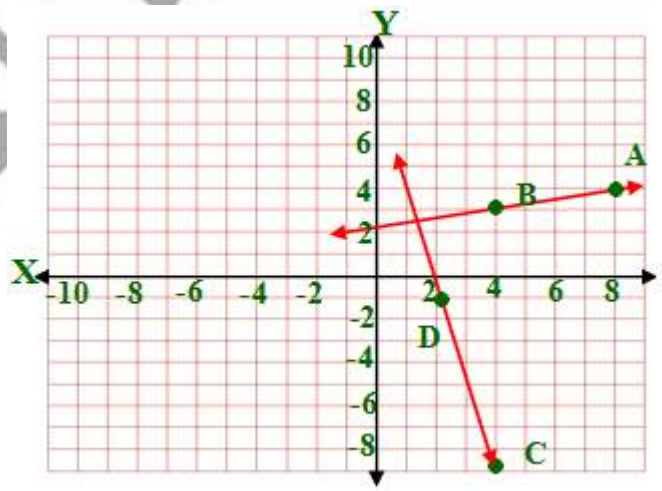


26)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-9)}{2-4} = \frac{8}{-2} = -4$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-4}{4-8} = \frac{1}{4}$$

بما أن حاصل ضرب ميل كلا منهم = -1 إذن هما متعامدان.

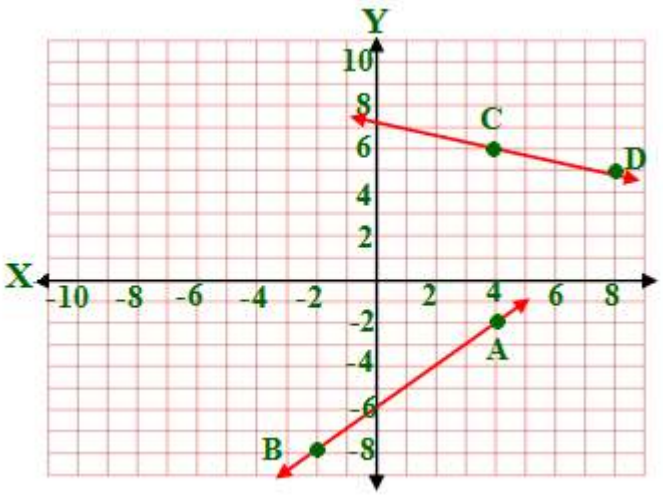


27)

$$\overleftrightarrow{CD} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-6}{8-4} = \frac{-1}{4}$$

$$\overleftrightarrow{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8-(-2)}{-2-4} = \frac{-6}{-6} = 1$$

بما أن ميل كلا منهما ليسو متساويان ولا حاصل ضربهم $= -1$
إذن هما غير ذلك .

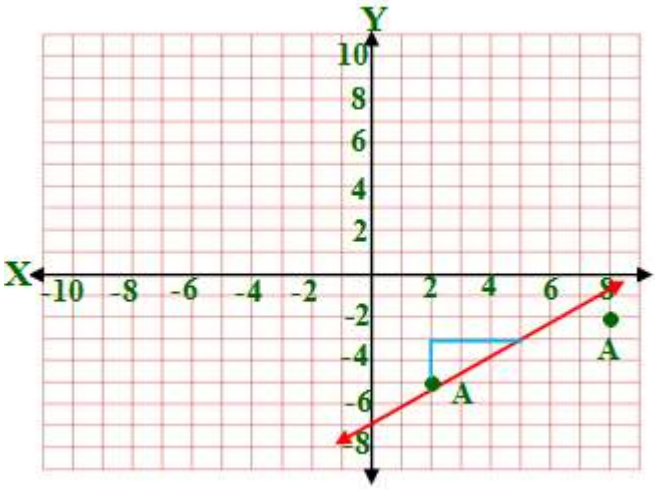


مثِّل بيانياً المستقيم الذي يحقق الشروط في كل مما يأتي: المثال٤

28)

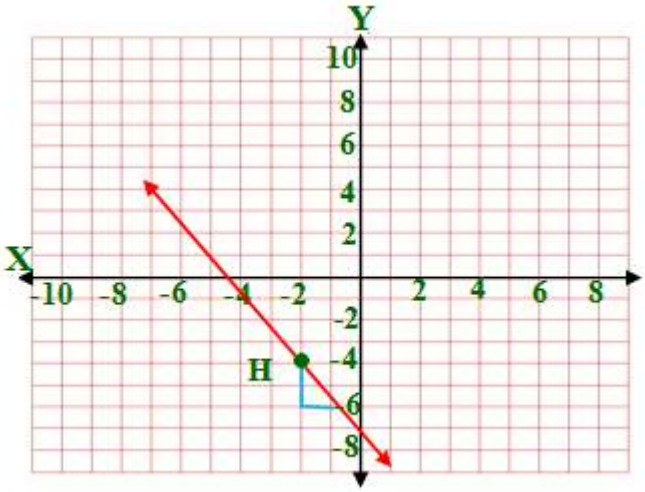
$$\overleftrightarrow{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{4-1} = \frac{2}{3}$$

ابدأ من النقطة A وتحرك وحدتين لأعلى ثم تحرك ٣ وحدات ناحية اليمين.



29)

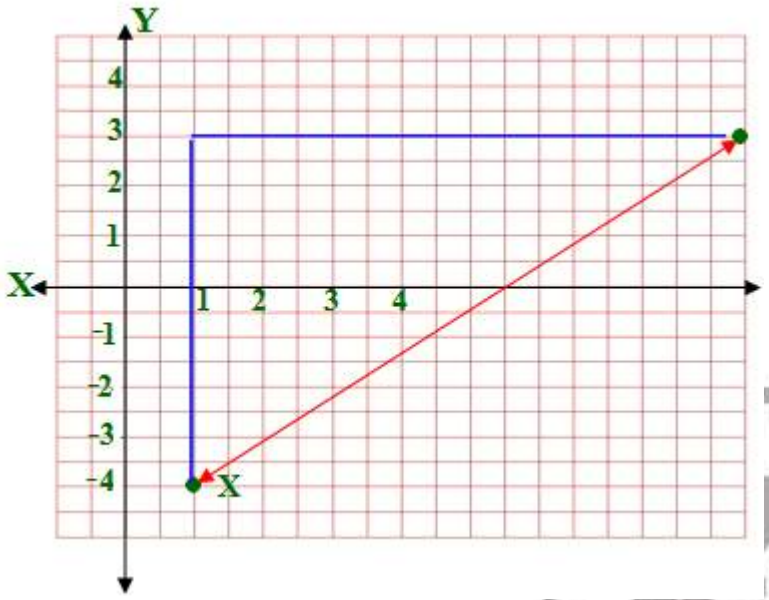
ابدأ من النقطة H وتحرك وحدتين لأسفل ثم تحرك وحدة واحدة فقط ناحية اليمين.



30)

$$\overleftrightarrow{YZ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-2}{-3-5} = \frac{-7}{-8} = \frac{7}{8}$$

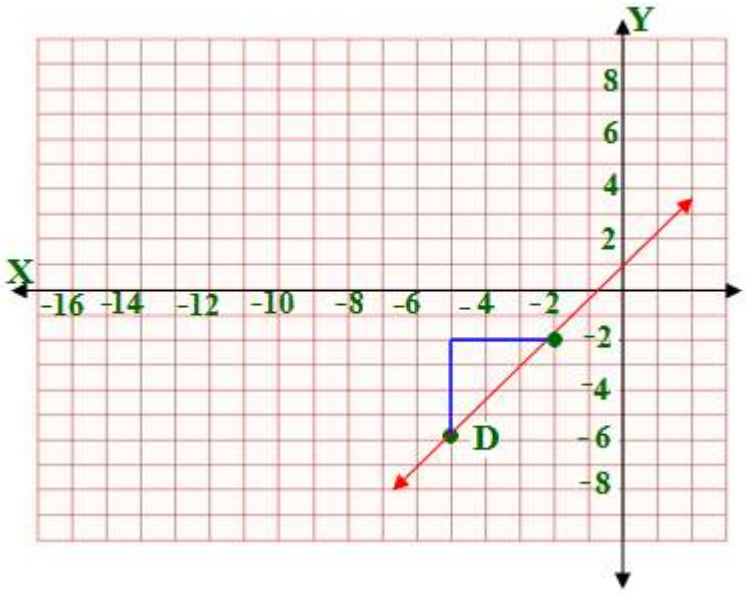
ابدأ من النقطة X وتحرك ٧ وحدات لأعلى ثم تحرك ٨ وحدات ناحية اليمين.



31)

$$\overleftrightarrow{FG} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-9)}{1-(-2)} = \frac{4}{3}$$

ابدأ من النقطة D وتحرك 4 وحدات لأعلى ثم تحرك 3 وحدات ناحية اليمين.



32) سكان:

a) المعدل التقريبي = ٨٧٦٣ نسمة.

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{521273 - 416121}{2004 - 1992} = \frac{105152}{12} = 8762.66$$

b) عدد السكان في ١٤٣٢ = ٥٩١٣٧٧

$8 \times 8763 = 70104$
$70104 + 521273 = 591377$

حدد أي المستقيمين أي المستقيمين في السؤالين الآتيين له أكبر ميل:

33) المستقيم ٢ هو الأكبر لأن $\frac{5}{4} > \frac{2}{-3}$

$\overleftrightarrow{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-1}{0-6} = \frac{4}{-6} = \frac{2}{-3}$

$\overleftrightarrow{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-5)}{-4-(-8)} = \frac{15}{4} = \frac{5}{4}$

34) المستقيم 1 هو الأكبر لأن $٣ > \frac{9}{4}$

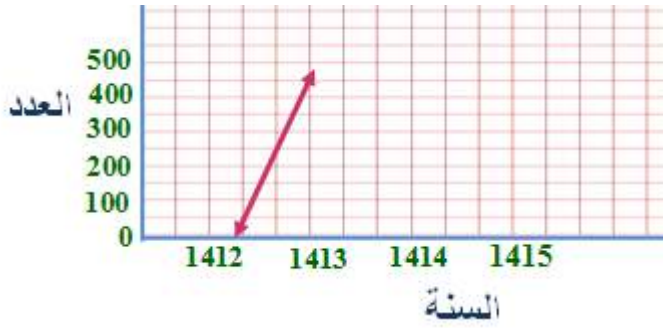
$\overleftrightarrow{1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{0-2} = \frac{-6}{-2} = 3$

$\overleftrightarrow{2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-5}{0-4} = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$

35) محمية طبيعية:

a) معدل تغيرالمها العربي $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{400-72}{1415-1412} = \frac{328}{3} = 109.33$

(b



(c

عدد المها العربي عام ١٤٣٦ :

$$24 \times 109.333 + 400 = 3023.9992 \approx 3024$$

أوجد قيمة x أو y اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي: ثم مثل المستقيم بيانياً:

(36

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6-(-1)}{x-4}$$

$$\frac{-5}{2} = \frac{-6-(-1)}{x-4}$$

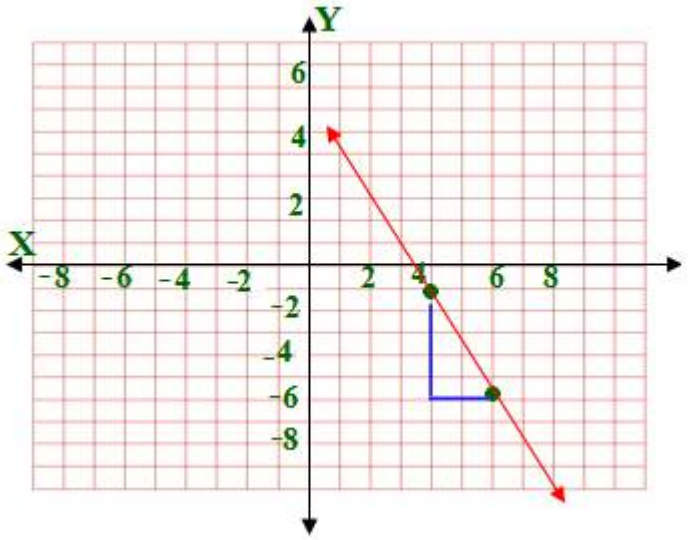
$$2 \times (-6-(-1)) = -5 \times (x-4)$$

$$2 \times -5 = -5 \times x + 20$$

$$-10 - 20 = -5x$$

$$-30 = -5x$$

$$x = \frac{30}{5} = 6$$



(37

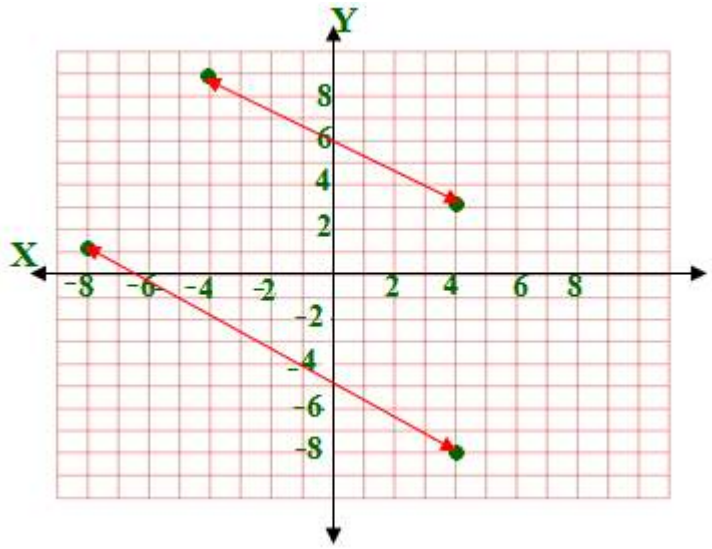
ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4,3)$ و $(-4,9)$

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-9}{4-(-4)}=\frac{-6}{8}=\frac{-3}{4}$$

ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(4,y)$ و $(-8,1)$ $=\frac{-3}{4}$ لانهما متوازيان.

$$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y-1}{4-(-8)}$$

$$\frac{y-1}{12}=\frac{-3}{4}$$
$$4y-4=-36$$
$$4y=-36+4$$
$$4y=-32$$
$$y=-8$$



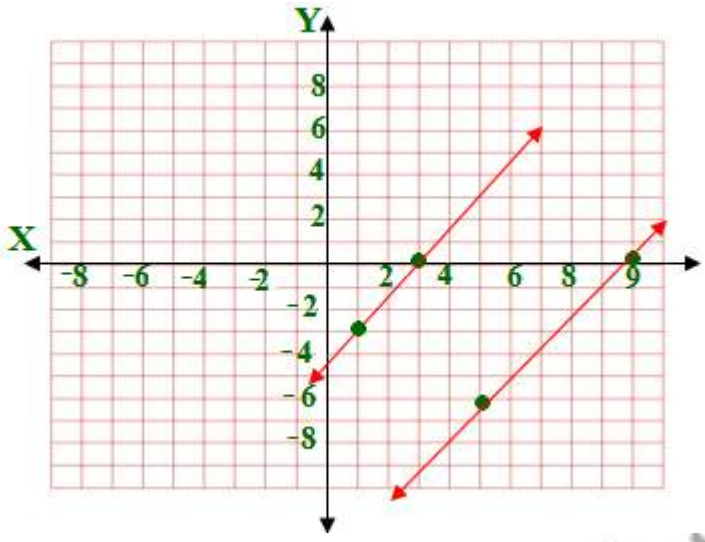
38)

بما أن المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(3,y)$ و $(1,-3)$ يوازي المستقيم الذي يمر بالنقطتين $(9,y)$ و $(5,-6)$ إذن ميل كل منهما متساويان

$$\frac{y-(-3)}{3-1}=\frac{y-(-6)}{9-5}$$

$$\frac{y+3}{2}=\frac{y+6}{4}$$

$$2y+12=4y+12$$
$$2y=4y$$
$$2y-4y=0$$
$$-2y=0$$
$$y=0$$



39) مدارس:

مدرسة الفتح ١١٢٥ طالب سنة ١٤٢١
مدرسة الفتح ١٤٢٥ طالب سنة ١٤٢٧

مدرسة الأندلس ١٢٧٥ طالب سنة ١٤٢٢
مدرسة الفتح X طالب سنة ١٤٢٧

معدل التغير لمدرسة الأندلس $50 = \frac{-300}{-6} = \frac{1125-1425}{1421-1427}$

$$\frac{1275-x}{-5} = \frac{1275-x}{1422-1427} = 50$$

$$50 \times -5 = 1275 - x$$
$$-250 - 1275 = -x$$
$$1525 = x$$

إذن عدد طلاب مدرسة الأندلس عام ١٤٢٧ = ١٥٢٥ طالباً

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

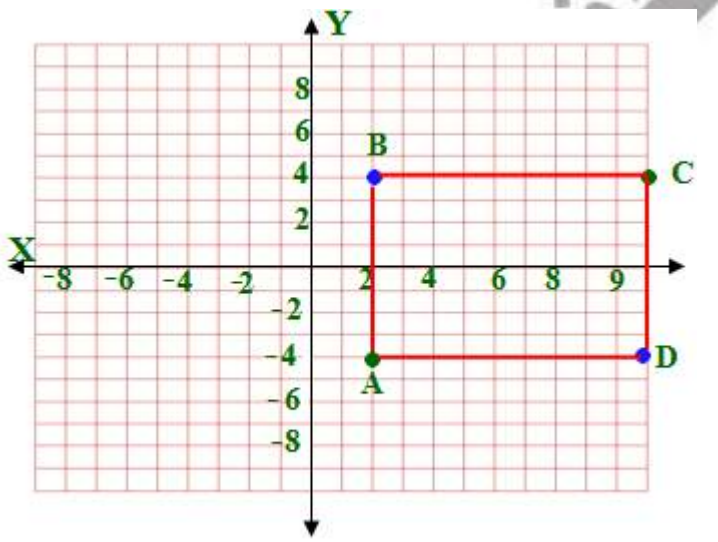
مسائل مهارات التفكير العليا

40) اكتشف الخطأ:

إجابة طارق صحيحة. فقط طرح خالد إحداثيي x بالتريب الخطأ.

41) تبرير:

a) $B(2, 4)$, $D(10, -4)$



b)

كلٌّ من ميلي $\overline{AB}$ و $\overline{DC}$ غير معرَّف، لذا فهما متوازيان.

وميل كلٍّ من $\overline{AD}$ و $\overline{BC}$ يساوي صفراً، لذا فهما متوازيان.

c) بما أن ميل $\overline{AB}$ غير معرَّف، وميل $\overline{BC}$ يساوي صفراً، فإن القطعتين متعامدان وتشكّلان زاوية قياسها $90°$. وهكذا لبقية الزوايا.

42) اكتب:

بما أن برج المملكة رأسي فإن ميله برج بيزا فميله إما أن يكون سالباً أو موجباً؛ بحسب موقع النظر إليه.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

43) تحد:

المعطيات: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

المطلوب: $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

البرهان:

١) $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (مُعطى)

٢) $m=\frac{-(y_2-y_1)}{-(x_2-x_1)}$ (خاصية الضرب)

٣) $m=\frac{-y_2+y_1}{-x_2+x_1}$ (خاصية التوزيع)

٤) $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ (خاصية الإبدال في الجمع)

تدريب على الاختبار المعياري

44) *A*

$Y=-\frac{4}{3}x-6$

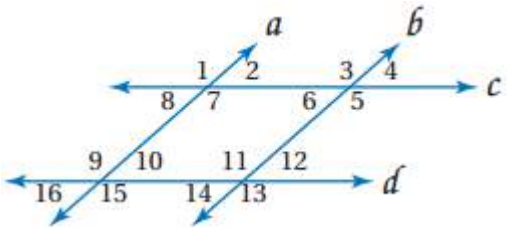
45) *D*

$(2,4),(0,-2)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-4}{0-2}=\frac{-6}{-2}=3$

مراجعة تراكمية

في الشكل المجاور:



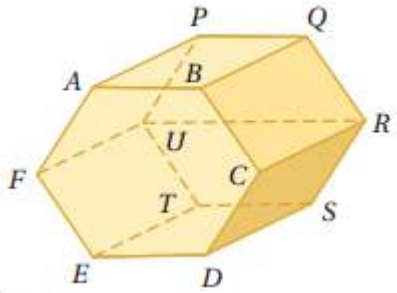
46) $\angle 5 = ١٨٠ - ٥٧ = 123^\circ$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

47) 123° ، $\angle ٥ = \angle ٣$ بالتقابل بالرأس ، $\angle ٣ = \angle ١$ بالتناظر لذا $\angle ١ = 123$

48) $\angle 8 = 180 - 123 = 57^\circ$ ، زاويتان متجاورتان ومتكاملتان.

49) $\angle 10 = \angle 8 = 57^\circ$ بالتبادل داخلياً

حدد كلاً مما يأتي مستعملاً الشكل المجاور:



50) $\overline{BC}$,$\overline{EF}$, $\overline{QR}$

51) ABC , ABQ , PQR , CDS

52) $\overline{BQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{FU}$, $\overline{PU}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{TU}$

معتمداً على المعطيات، حدد ما إذا كانت النتيجة صحيحة أم لا في كل مما يأتي. فسر تبريرك.

53) صحيحة

54) غير صحيحة؛ ليس بالضرورة أن تكون الزاويتان المتطابقتان متقابلتين بالرأس.

استعد للدرس اللاحق

حل كل معادلة مما يأتي بالنسبة لـ y:

55) $3x + y = 5$

$y = -3x + 5$

56) $4x + 2y = 6$

$2x + y = 3$ بالقسمة على ٢

$y = -2x + 3$

57) $4y - 3x = 5$

$y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}$ بالقسمة على ٤

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

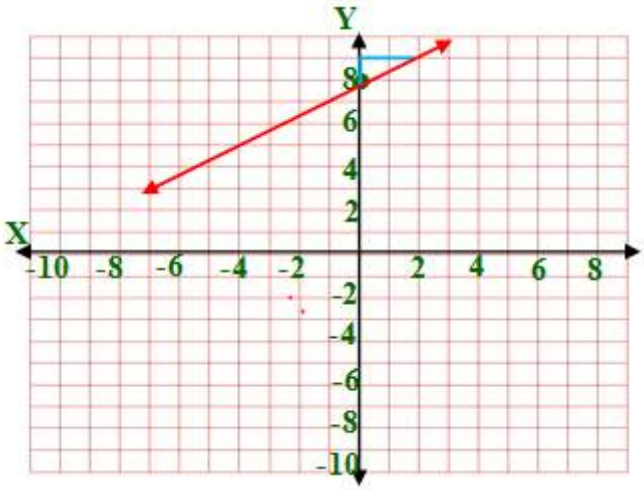
2-5 صيغ معادلة المستقيم

تلقق

1)

$$y = mx + b$$

$$y = \frac{1}{2}x + 8$$



تلقق

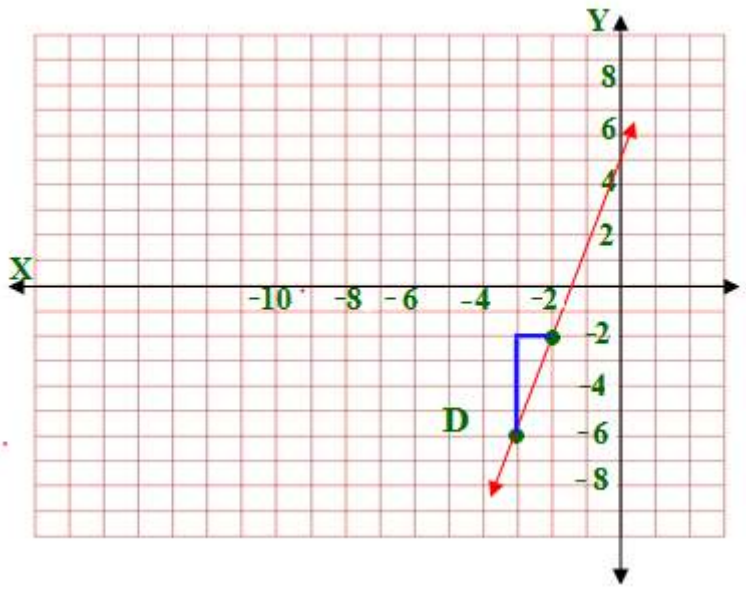
2)

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - (-6) = 4m(x - (-3))$$

$$y + 6 = 4(x + 3)$$

استعمل قيمة الميل ٤ لتحديد نقطة أخرى وذلك بالانتقال ٤ وحدات لأعلى ثم وحدة واحدة تجاة اليمين.



(3A $(-2,4)\ ,\ (8,10)$

ميل المستقيم المار بنقطتين:

$$\frac{3}{5}=\frac{6}{10}=\frac{10-4}{8-(-2)}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع: $y=mx+b$

$y=\frac{3}{5}x+4$ والنقطة $(-2,4)$ هي مقطع المحور y

(3B $(0,0),(2,6)$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$3=\frac{6}{2}=\frac{6-0}{2-0}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=m$$

معادلة المستقيم بصيغة الميل والمقطع : $y=mx+b$

والنقطة $(0,0)$ هي مقطع المحور y

$y=3x+0$

4) $(5,0),(3,0)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-0}{3-5}=\frac{0}{-2}=0$$

صيغة الميل ونقطة. $y-y_1=m(x-x_1)$

النقطة (٠ , ٥) $y-0=m(x-5)\rightarrow y-0=(x-5)\times 0$

$y=0$

5)

ميل المستقيم $y=\frac{-3}{4}x+3$ هو $\frac{-3}{4}$ لذا فإن المستقيم الذي يوازية $\frac{-3}{4}$

$y=mx+b$ و النقطة $(-3,6)$

$$6=\left(\frac{-3}{4}\times -3\right)+b$$

$$b=6-\frac{9}{4}=\frac{15}{4}$$

إذن معادلة المستقيم الموازي هي: $y=\frac{-3}{4}x+\frac{15}{4}$

صفحة ١٠٧

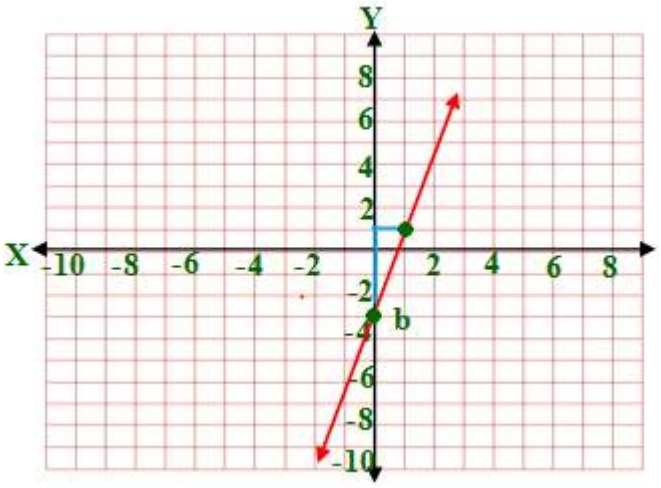
6)

العرض y أفضل.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي، ثم مثله بيانياً: المثال ١

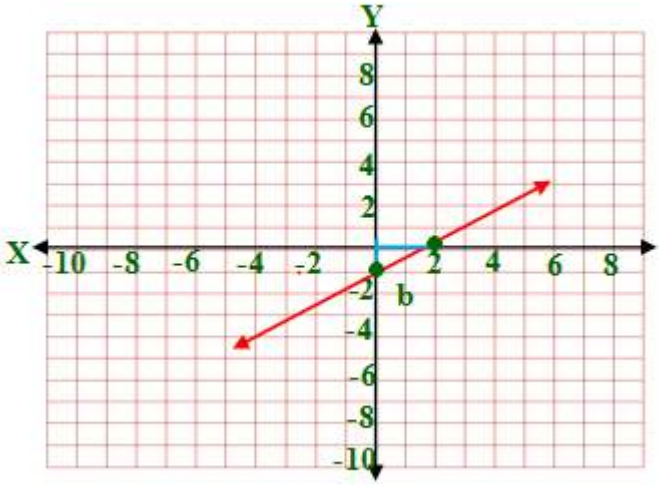
1) $m = 4 , b = -3$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \leftarrow y = 4x - 3$



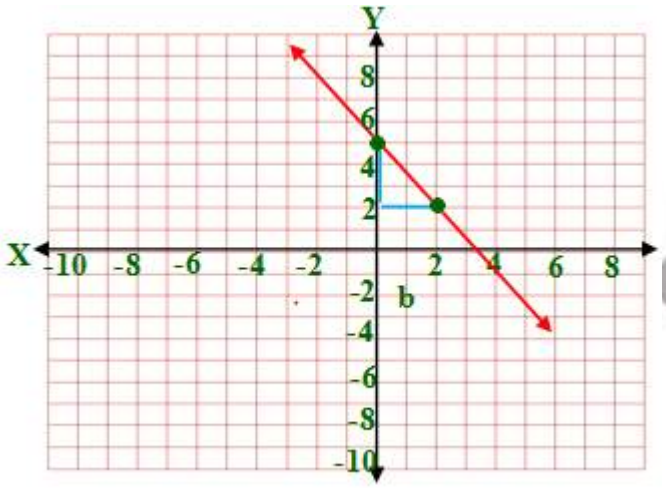
2) $m = \frac{1}{2} , b = -1$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \leftarrow y = \frac{1}{2}x - 1$



3) $m = \frac{-3}{2}$, $b = 5$

معادلة المستقيم $= y = mx + b \leftarrow y = \frac{-3}{2}x + 5$

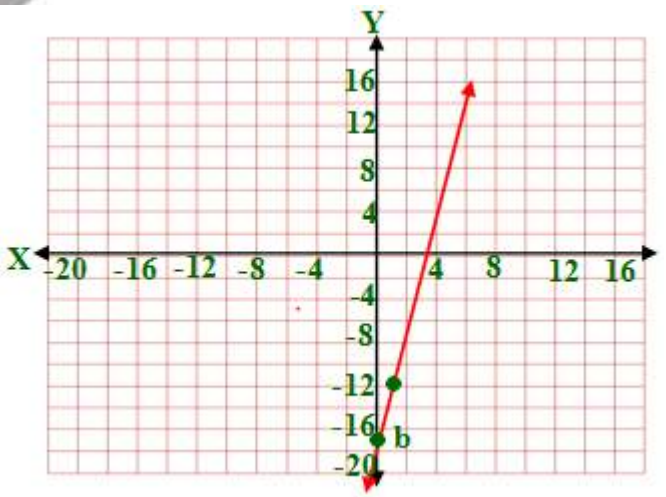


اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال٢

4) $m = 5$, $b = (3, -2)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-2) = 5(x - 3) \rightarrow y + 2 = 5x - 15$

معادلة المستقيم $= y = 5x - 17$



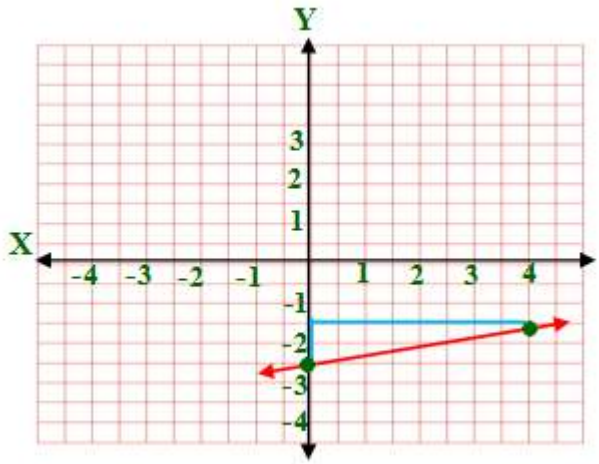
حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

5) $m = \frac{1}{4}$, $b = (-2,-3)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-3) = \frac{1}{4}(x - (-2))$$

$$y + 3 = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \rightarrow y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2} - 3$$

معادلة المستقيم $= y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{2}$

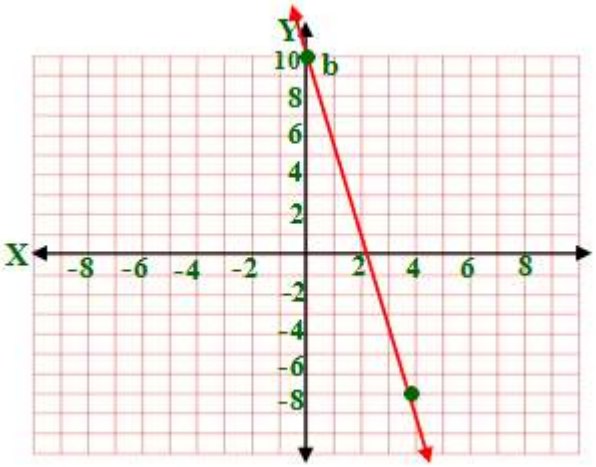


6) $m = -4.25$, $b = (-4,6)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 6 = -4.25(x - (-4))$$

$$y - 6 = -4.25x + 4 \rightarrow y = -4.25x + 6 + 4$$

معادلة المستقيم $= y = -4.25x + 10$



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان 4,3

7) $(0,-1),(4,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-1)}{4-0}=\frac{5}{4}$$
$$y=mx+b \rightarrow -1=\frac{5}{4}\times 0+b$$
$$b=-1$$
$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{5}{4}x-1$$

8) $(4\ ,\ 3)\ ,(1\ ,\ -6)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-3}{1-4}=\frac{-9}{-3}=3$$
$$y=mx+b \rightarrow 3=3\times 4+b$$
$$b=-9$$
$$y=mx+b \rightarrow y=3x-9$$

9) $(6,5),(-1,-4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-5}{-1-6}=\frac{-9}{-7}=\frac{9}{7}$$

$$y=mx+b \rightarrow -4=\frac{9}{7}\times -1+b$$
$$b=-4+\frac{9}{7}=\frac{-19}{7}$$
$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{9}{7}x-\frac{19}{7}$$

10) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم العمودي على $Y = -2x + 6$ والمار بنقطة $(2, 3)$: المثالان ٥

ميل المستقيم $Y = -2x + 6$ لذا ميل المستقيم العمودي عليه $= \frac{1}{2}$

$$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{2} \times 3 + b$$

$$b = \frac{1}{2}$$

معادلة المستقيم العمودي $= y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

11) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-1, 5)$ ويوازي المستقيم الذي معادلته $y = 4x - 5$

ميل المستقيم $y = 4x - 5 \leftarrow 4$ لذا ميل المستقيم الذي يوازية $= ٤$

$$y = mx + b \leftarrow 5 = -1 \times 4 + b$$

$$9 = b$$

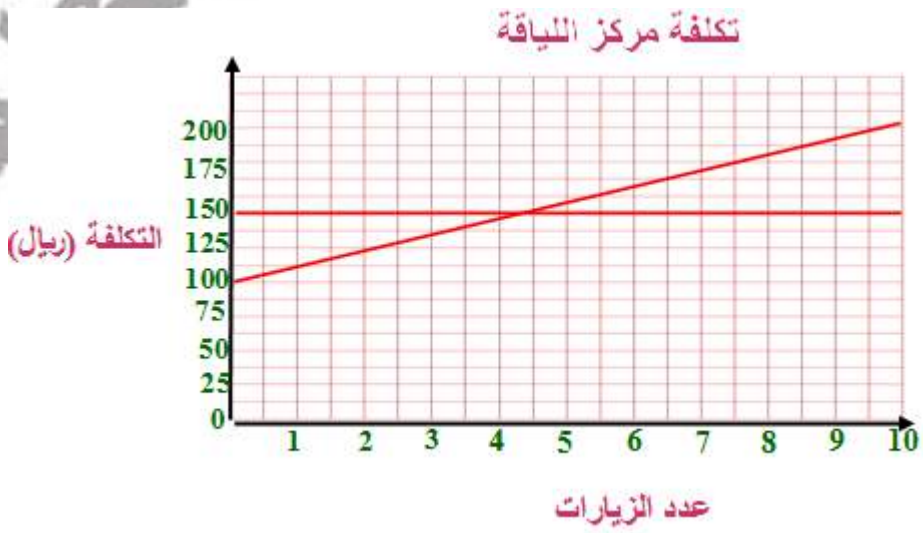
معادلة المستقيم العمودي $= y = 4x + 9$

12) عروض: المثال٦

a) معادلة العرض الأول: $y = 10x + 150$

معادلة العرض الثاني: $y = 150$

b)



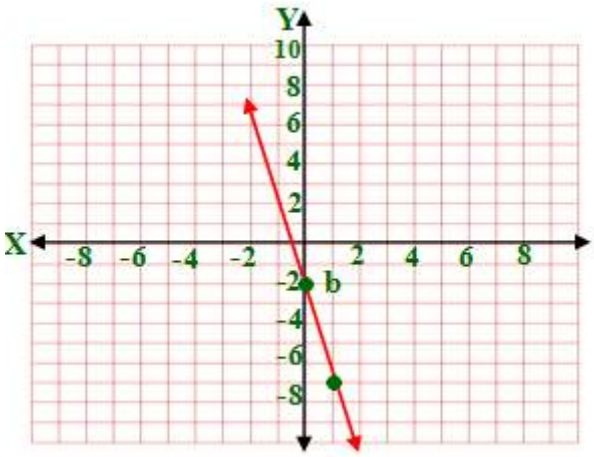
c) العرض الثاني أفضل ، حيث التكلفة 150 ريالاً، على حين أن تكلفة العرض الأول $7 \times 10 + 100 = 170$ ريالاً.

تدرب وحل المسائل

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله ومقطع المحور y له في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال ١

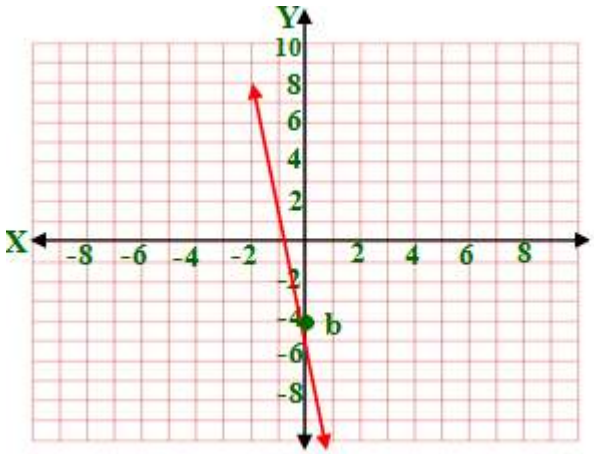
13) $m = -5 \ , \ b = -2$

$y = mx + b \rightarrow y = -5x - 2$



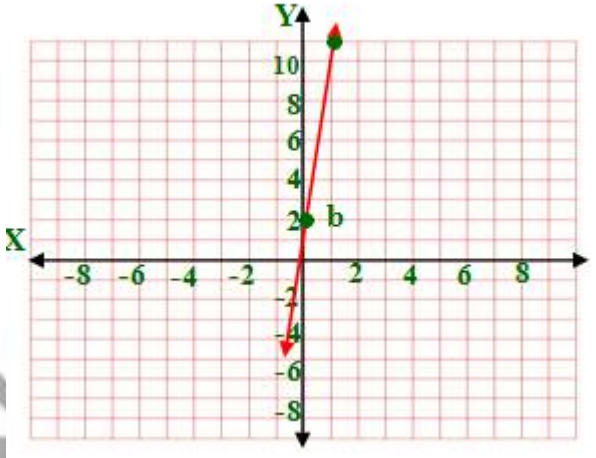
14) $m = -7 \ , \ b = -4$

$y = mx + b \rightarrow y = -7x - 4$



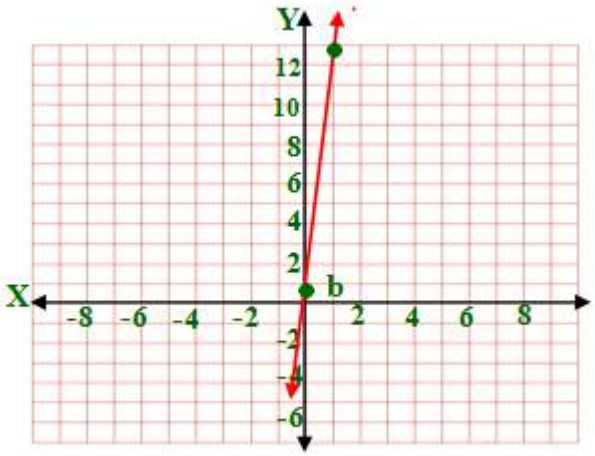
15) $m = 9\ ,\ b = 2$

$y = mx + b \rightarrow y = 9x + 2$



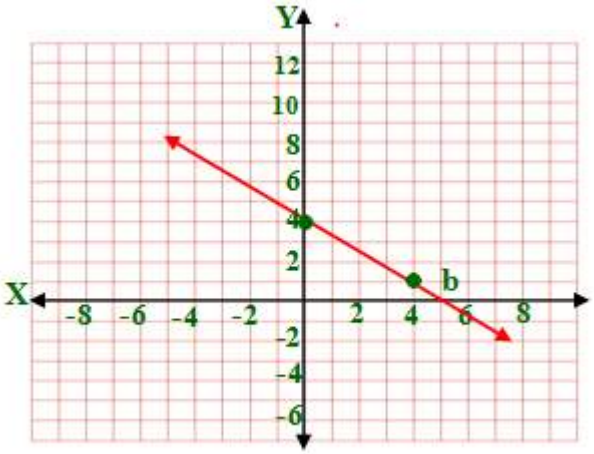
16) $m = 12\ ,\ b = \frac{4}{5}$

$y = mx + b \rightarrow y = 12x + \frac{4}{5}$



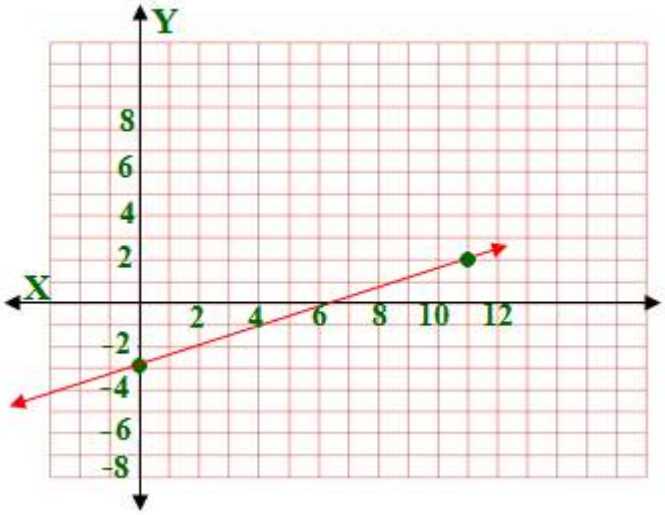
17) $m = \frac{-3}{4}$, (0 , 4)

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-3}{4}x + 4$



18) $m = \frac{5}{11}$, (0 , –3)

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{5}{11}x - 3$

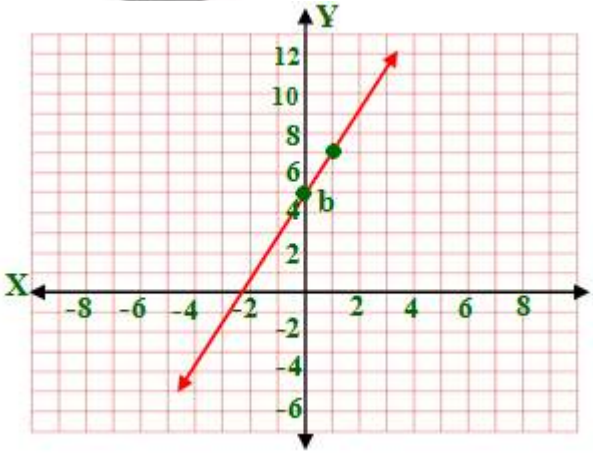


اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي ، ثم مثله بيانياً: المثال٢

19) $m = 2 , (3 , 11)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 11 = 2(x - 3)$$
$$y - 11 = 2x - 6$$
$$y = 2x - 6 + 11$$

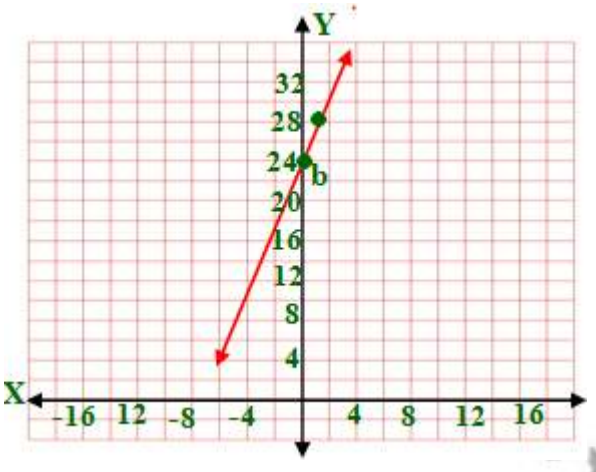
معادلة المستقيم $= y = 2x + 5$



20) $m = 4 , (-4, 8)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 8 = 4(x - (-4))$$
$$y - 8 = 4x + 16$$

معادلة المستقيم $= y = 4x + 24$



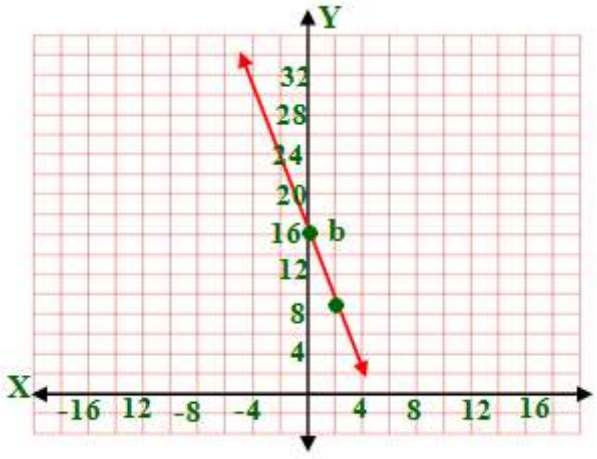
21) $m = -7\ ,\ (1,9)$

$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 9 = -7(x - 1)$

$y - 9 = -7x + 7$

$y = -7x + 7 + 9$

معادلة المستقيم $= y = -7x + 16$



22) $m = \frac{5}{7}, (-2,-5)$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

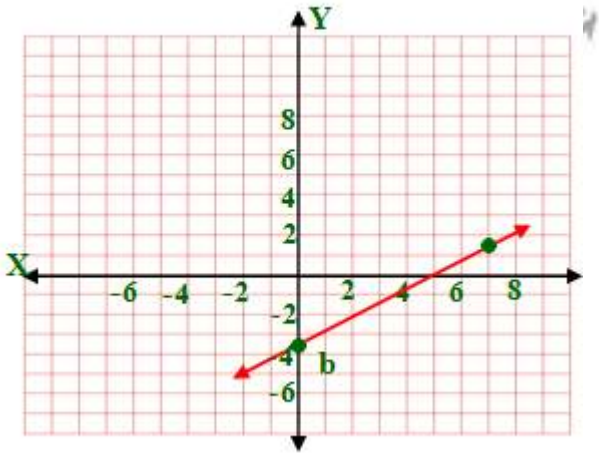
$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-5) = \frac{5}{7}(x - (-2))$$

$$y + 5 = \frac{5}{7}(x + 2)$$

$$y = \frac{5}{7}(x + 2) - 5$$

$$y = \frac{5}{7}x + \frac{10}{7} - 5$$

معادلة المستقيم $= y = \frac{5}{7}x - 3.75$



23) $m = \frac{-4}{5}$, $(-3 , -6)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-6) = \frac{-4}{5}(x - (-3))$$

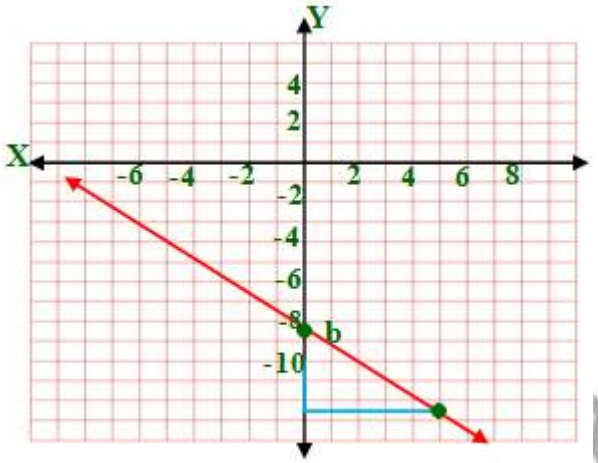
$$y + 6 = \frac{-4}{5}(x + 3)$$

$$y = \frac{-4}{5}(x + 3) - 6$$

$$y = \frac{-4}{5}x - \frac{12}{5} - 6$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

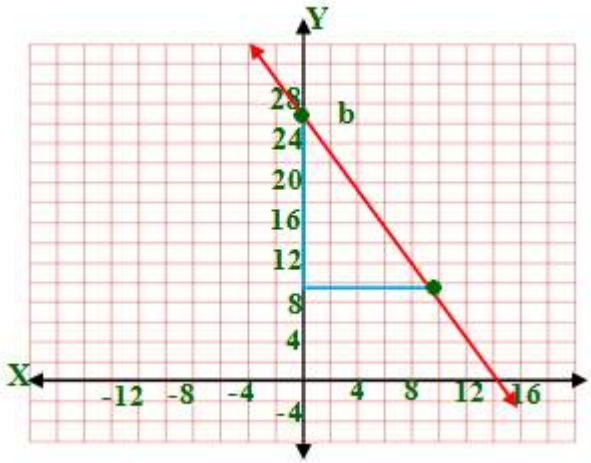
معادلة المستقيم $= y = \frac{-4}{5}x - 8.4$



24) $m = -2.4$, $(14 , -12)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - (-12) = -2.4(x - 14)$$
$$y + 12 = -2.4(x - 14)$$
$$y = -2.4(x - 14) - 12$$
$$y = -2.4x + 33.6 - 6$$

معادلة المستقيم $= y = -2.4x + 27.6$



اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي أعطيت نقطتان يمر بهما في كل مما يأتي: المثالان3,4

25) $(-1,-4),(3,-4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-(-4)}{3-(-1)}=\frac{0}{4}=0$$

$$y=mx+b\rightarrow y=0\times x-4\rightarrow y=-4$$

26) $(2,-1),(2,6)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-(-1)}{2-2}=\frac{7}{0}=\text{غير معرف}$$

$$x=2$$

27) $(-3,-2),(-3,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{-3-(-3)}=\frac{6}{0}=\text{غير معرف}$$

$$x=-3$$

28) (0 , 5) , (3 , 3)

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-5}{3-0}=\frac{-2}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{-2}{3}\times x+5$$

29) (-12 , -6) , (8 , 9)

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{9-(-6)}{8-(-12)}=\frac{\cancel{15}}{\cancel{20}}=\frac{3}{4}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{3}{4}x-6$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

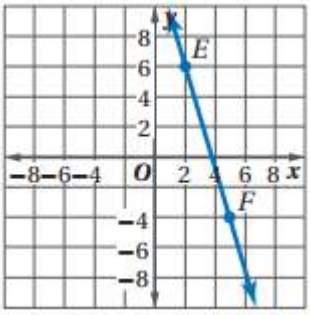
30) $(2,4),(-4,-11)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-11-4}{-4-2}=\frac{-15}{-6}=\frac{5}{2}$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{5}{2}x+4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الممثل بيانياً وصفه في كل مما يأتي:

31) $\overleftrightarrow{EF}$



$(2,6),\ (5,-4)$

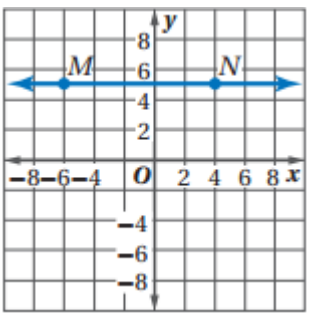
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-6}{5-2}=\frac{-10}{3}$$

$$y=mx+b \rightarrow 6=\frac{-10}{3}\times 2+b$$

$$b=6+\frac{20}{3}=\frac{38}{3}$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{-10}{3}x+\frac{38}{3}$$

32) $\overleftrightarrow{MN}$



$(4,5),(-6,5)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{5-5}{-6-4}=\frac{0}{-10}=0$$

$$y=mx+b \rightarrow 5=0\times 4+b$$
$$b=5$$
$$y=mx+b \rightarrow y=0x+5 \rightarrow y=5$$

33)

$(-1,-2),\ (3,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-2)}{3-(-1)}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$$

$$y=mx+b \rightarrow -2=\frac{3}{2}\times -1+b$$

$$b=-2+\frac{3}{2}=\frac{-1}{2}$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}$$

34)

$(-4,-5),\ (-8,-13)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-13-(-5)}{-8-(-4)}=\frac{-8}{-4}=2$$

$$y=mx+b \rightarrow -5=2\times -4+b$$
$$b=-5+8=3$$
$$y=mx+b \rightarrow y=2x+3$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

35)

$(3,0),\ (0,-2)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-2-0}{0-3}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}$$

$$y=mx+b\rightarrow y=\frac{2}{3}x-2$$

36)

$\left(-\frac{1}{2},0\right),\ (0,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-4}{-\frac{1}{2}-0}=\frac{-4}{-\frac{1}{2}}=8$$

$$y=mx+b\rightarrow y=8x+4$$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يحقق المعطيات في كل مما يأتي:

المثال٥

37)

الميل $=-2$ لأنه يعامد المستقيم $y=\frac{1}{2}x+9$ ، النقطة $(-7,-4)$

$$y=mx+b\rightarrow -4=-2x+b$$
$$b=-4+2\times -7$$
$$b=-4-14=-18$$
$$y=mx+b\rightarrow y=-2x-18$$

38)

الميل $=0$ لأنه يوازي المستقيم $y=7$ ، النقطة $(-1\ ,\ -10)$

$$y=mx+b\rightarrow -10=0x+b$$
$$-10=b$$
$$y=mx+b\rightarrow y=-10$$

39)

الميل $=\frac{-2}{3}$ لأنه يوازي المستقيم $y=\frac{-2}{3}x+1$ ، النقطة $(6\ ,\ 2)$

$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{-2}{3}x + b$

$2 = \frac{-2}{3} \times 6 + b$

$2 = \frac{-12}{3} + b$

$b = 2 + 4 = 6$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{-2}{3}x + 6$

(40

الميل $= \frac{1}{5}$ لأنه يعامد المستقيم $y = -5x - 8$ ، النقطة $(-2,\ 2)$

$y = mx + b \rightarrow 2 = \frac{1}{5} \times -2 + b$

$2 = \frac{-2}{5} + b$

$2 + \frac{2}{5} = b$

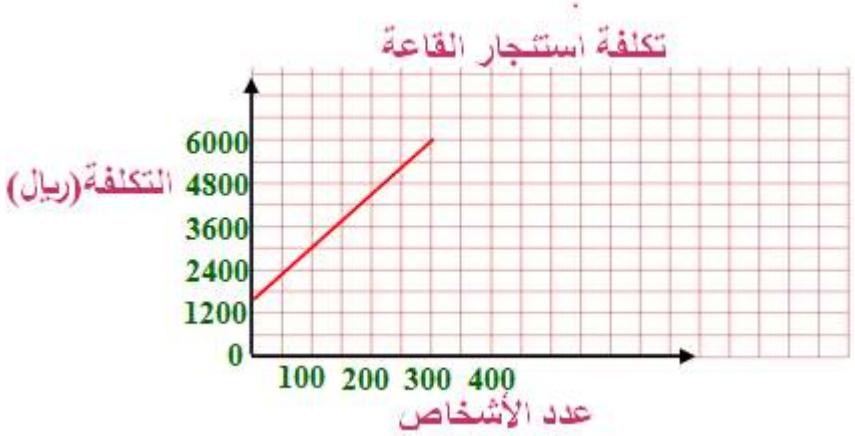
$b = 2.4$

$y = mx + b \rightarrow y = \frac{1}{5}x + 2.4$

41) **جمعية خيرية:** المثال٦

$a)\ y = 15.5x + 1500$

$b)$



c) $y = 15.5x + 1500$

$y = 15.5 \times 285 + 1500$

$y = 5917.5$ ريالاً

d) 290

$y = 15.5x + 1500$

$6000 = 15.5 \times x + 1500$

$15.5x = 6000 - 1500$

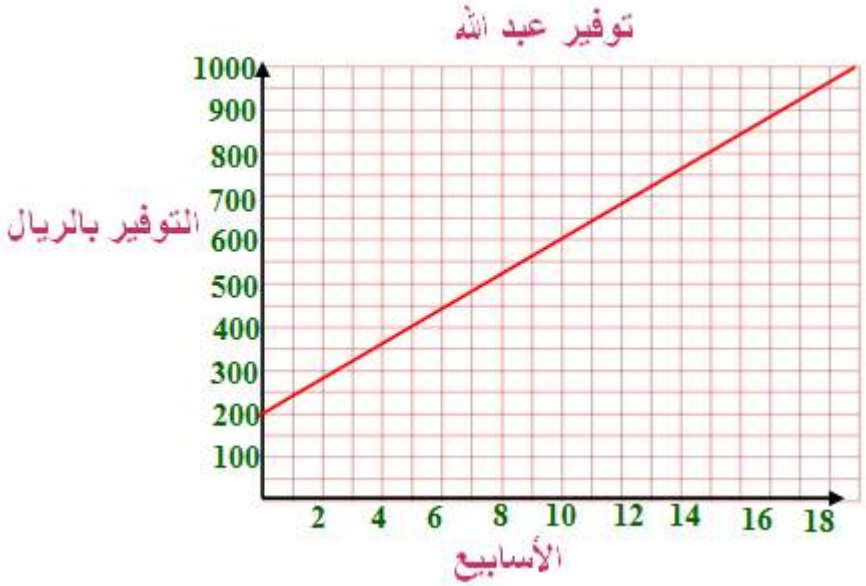
$15.5x = 4500$

$x = 290$ شخص

42)توفير:

a) $y = 40x + 200$

b)



c)

$y = 40x + 200$

$500 = 40x + 200$

$40x = 500 - 200$

$40x = 300$

$x = 7.5 \approx 8$

بعد ٨ أسابيع يستطيع أن يوفر ٥٠٠ ريال

d) 21 أسبوع ؛ إذا بدأ عبد الله التوفير قبل أسبوعين، فسيكون لديه 200 ريال + 40 ريال + 40 ريال أو 280 ريالاً. وبما أنه يحتاج إلى توفير 420 + 700 أو 1120 ريالاً، فهو ما زال في حاجة إلى 280 – 1120 أو 840 ريالاً، وبقسمة 840 ريالاً على 40 ريالاً، سيحتاج سلطان إلى 21 أسبوعاً زيادة حتى يوفر نقوداً كافية.

استعن بالشكل المجاور لتسمي أي مستقيم يحقق الوصف في كل مما يأتي:

43) p

44) l

45) n أو p أو r

حدد ما إذا كان المستقيمان متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

46) متوازيان لأن ميل كل منهما متساوي ويساوي ٢

47) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي -1

48) متعامدان لأن حاصل ضرب ميل كل منهما يساوي -1

49) غير ذلك لأن ميل كل منهما غير متساوي وليس حاصل ضربهما $= -1$

50) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (2 , 4) ويوازي المستقيم $y-2=3(x+7)$

ميل المستقيم = ٣ لأنه يوازي المستقيم $y-2=3(x+7)$

التعويض بالنقطة (2 , 4)

$$y=mx+b \rightarrow 2=3\times 4+b$$
$$b=2-12=-10$$
$$y=mx+b \rightarrow y=3x-10$$

51) اكتب معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (12 , 8–) ويعامد المستقيم الذي يمر بالنقطتين (2 ,7–) , (2 , 3).

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-2}{-7-3}=\frac{0}{-10}=0$$

النقطتين $(-7,2),(3,2)$ لهما نفس الإحداثي الصادي ٢ لذا فالميل = صفر
وهذا يعني ان المستقيم افقي يوازي محور السينات والمستقيم المتعامد علية
الذي يمر بالنقطة $(-8,2)$ يكون رأسي إن معادلته هي $x = -8$

52) صناعة الفخار:

$C = 4x + 110$ أو $C = 40\ (x - 1) + 150$

53) تمثيلات متعددة:

a) جدولياً:

العرض 1	
عدد السيارات	المبلغ
20	80
50	200
100	400

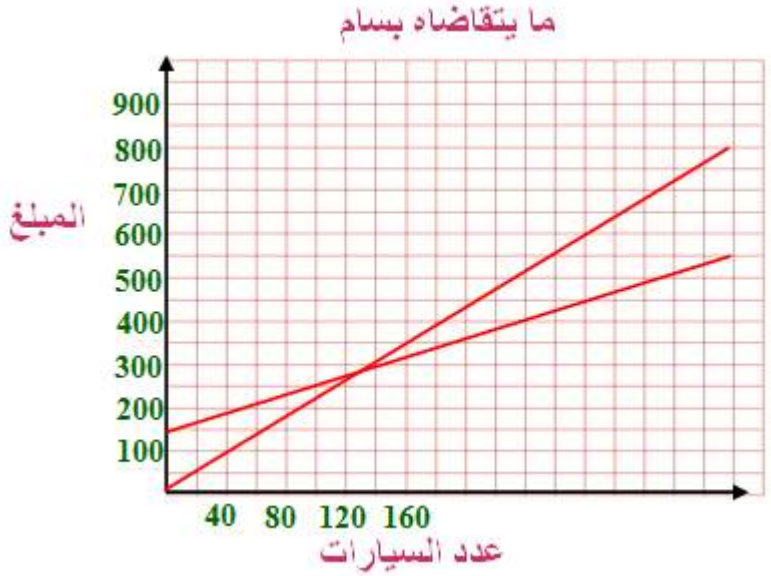
العرض 2	
عدد السيارات	المبلغ
20	190
50	250
100	350

b) عددياً:

$y = 4x$

$y = 2x + 150$

c) بيانياً:



d) تحليلياً:

إذا كان عدد السيارات 35، فإنه يكسب 140 ريالاً من العرض الأول و150 + 2(35)
أو 220 ريالاً من العرض الثاني، إذن فالعرض الثاني أفضل.

إذا كان عدد السيارات ٨٠ سيارة، فإنه يكسب 320 ريالاً مع العرض الأول، ويكسب 310 ريالات من العرض الثاني، إذن العرض الأول هو الأفضل.

e) لفظياً:

إذا كان عدد السيارات أقل من 75 سيارة فإذن العرض الثاني اكثر كسباً، وإذا كان عدد السيارات أكثر من 75 سيارة فإن العرض الأول أكثر كسباً.

f) منطقياً:

إذا كان عدد السيارات ٧٥ سيارة:

150 + 2(75) = 150 + 150 = 300 العرض الأول

4(75) = ٣٠٠ العرض الثاني

العرض الأول والثاني متساويان.

مسائل مهارات التفكير العليا

54) تحد:

$$-2y = 6x + 8 - 4$$
$$-2y = 6x + 4$$
$$\frac{-2}{-2}y = \frac{6}{-2}x + \frac{4}{-2}$$
$$y = -3x - 2$$
$$m = -3$$

ميل المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8 \leftarrow -3$

ميل المستقيم المار بالنقطتين $(2,-8),(n,-4) = \frac{1}{3}$ لأنه عمودي على المستقيم $-2y + 4 = 6x + 8$

$$\frac{1}{3} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-8+4}{2-n}$$
$$3(-8+4) = 2-n$$
$$-24+12 = 2-n$$
$$-12 = 2-n$$
$$n = 14$$

55) تبرير:

نعم على استقامة واحدة؛ ميل المستقيم المار بالنقطتين (2, −2) و (5, 2) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-5}{-2-2} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وميل المستقيم المار بالنقطتين (5, 2) و (8, 6) يساوي

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-8}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

وبما أن للمستقيمين الميل نفسه، ولهما نقطة مشتركة، فإن لهما المعادلة نفسها.
لذلك فإن جميع النقاط تقع على استقامة واحدة.

56) مسألة مفتوحة:

$$x = -3$$
$$y = -7$$

57) اكتشف الخطأ:

الحلان صحيحان، كتب فيصل المعادلة بصيغة الميل والمقطع، على حين كتبها راكان بصيغة الميل ونقطة.

58) اكتب:

إذا أعطيت الميل ومقطع المحور y يكون استعمال صيغة الميل والمقطع أسهل، وعندما تُعطى نقطتين أو الميل ونقطة يكون استعمال صيغة الميل ونقطة أسهل.

تدريب على الاختبار المعياري

59) C

60) C

الميل = -3 لانه عمودي على المستقيم المعطاة

النقطة $(-2, 1)$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = -3 \times -2 + b$$
$$1 = 6 + b$$
$$b = -5$$
$$y = mx + b \rightarrow y = -3x - 5$$

مراجعة تراكمية

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

61) $A(4,3), B(5,-2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-3}{5-4} = \frac{-5}{1} = -5$$

62) $A(0,2), B(-3,-4)$

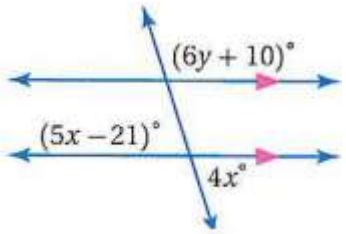
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{-3-0} = \frac{-6}{-3} = 2$$

63) $A(2,5), B(5,1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-5}{5-2} = \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$$

أوجد قيمة x, y في كل من الشكلين الآتيين:

64)



$5x - 21 = 4x$

$5x - 4x = 21$ نظرية الزاويتين المتقابلين بالرأس متساويتان:

$x = 21$

نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

$180 - 4x =$

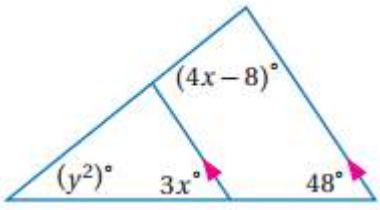
$180 - 4 \times 21 = 84$

$6y + 10 = 84$

$6y = 74$

$y = 12.33$

65)



$3x = 48$

$x = 48 \div 3$ نظرية الزاويتان المتناظرتان متساويتان:

$x = 16$

$(4x-8)^\circ = (4\times 16)-8$

$(4x-8)^\circ = 56^\circ$

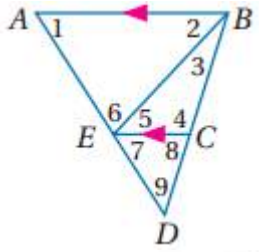
$56+48+y^2 = 180$

$y^2 = 180-(56+48)$

$y^2 = 78^\circ$

$y = \sqrt{78} \approx 8.8$

في الشكل المجاور:



66) $\angle 7 = \angle 1 = 58^\circ$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

67) $\angle 5 = \angle 2 = 47^\circ$ نظريتان الزاويتان المتبادلتان متساويتان

68) $\angle 6 = \angle 1 + \angle 2 - 180 = 75^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

69) $\angle 4 = \angle 3 + \angle 5 - 180 = 107^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

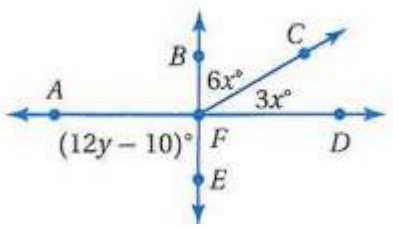
70) $\angle 8 = \angle 3 + \angle 2 = 26 + 47 = 73^\circ$ نظريتان الزاويتان المتناظرتان متساويتان

71) $\angle 9 = \angle 8 + \angle 7 - 180 = 73 + 58 - 180 = 49^\circ$ لأن مجموع زوايا المثلث الداخلة ١٨٠

استعد للدرس اللاحق

أوجد قيمة كل من x و y:

72) متبادلتان خارجياً



$$6x + 3x = 90$$

$$9x = 90$$

$$x = 10$$

$$12y - 10 = 90$$

$$12y = 100$$

$$y = 8.333$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

تمارين

أوجد معادلة العمود المنصف للقطعة المستقيمة $\overline{PQ}$ في كل مما يأتي:

1) $P(5,2), Q(7,4)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{5+7}{2}, \frac{2+4}{2}\right)$$

نقطة منتصف $\overline{PQ}$: $M(6,3)$

ميل $\overline{PQ}$: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{4-2}{7-5} = \frac{2}{2} = 1$

ميل العمود المنصف $= -1$: $y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 3 = -1(x-6)$

$$y - 3 = -x + 6 \rightarrow y = -x + 6 + 3 \rightarrow y = 9 - x$$

2) $P(-3,9), Q(-1,5)$

$$M\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = M\left(\frac{-1-3}{2}, \frac{5+9}{2}\right)$$

نقطة منتصف $\overline{PQ}$: $M(-2,7)$

ميل $\overline{PQ}$: $m = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} = \frac{5-9}{-1-(-3)} = \frac{-4}{2} = -2$

ميل العمود المنصف $= \frac{1}{2}$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 7 = \frac{1}{2}(x - (-2))$$

$y-7=\frac{1}{2}(x+2)\rightarrow y-7=\frac{1}{2}x+1\rightarrow y=\frac{1}{2}x+8$

3) $P(-2,1), Q(0,-3)$

$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{-2+0}{2},\frac{1-3}{2}\right)$

$M(-1,-1)$: $\overline{PQ}$ نقطة منتصف

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-3-1}{0-(-2)}=\frac{-4}{2}=-2$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=\frac{1}{2}$

$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{1}{2}(x-(-1))$

$y+1=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

4) $P(0,1.6), Q(0.5,2.1)$

$M\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)=M\left(\frac{0.5+0}{2},\frac{1.6+2.1}{2}\right)$

$M(0.25,1.85)$ $\overline{PQ}$ نقطة منتصف

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2.1-1.6}{0.5-0}=\frac{0.5}{0.5}=1$: $\overline{PQ}$ ميل

ميل العمود المنصف $=-1$

$y-y_1=m(x-x_1)\rightarrow y-1.85=-1(x-0.25)$

$y=-x+0.25+1.85\rightarrow y=-x+2.1$

استعمل ماتعلمته لإيجاد معادلات المستقيمات التي تحوي أضلاع المثلث XYZ $X\left(-2,0\right),Y\left(1,3\right)Z\left(3,-1\right)$.

$Y\left(1,3\right),X\left(-2,0\right)$

ميل $\overline{YX}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{-2-1}=\frac{-3}{-3}=1$

معادلة $\overline{YX}$: $y=mx+b\rightarrow y=1x+3\rightarrow y=x+3$

$Z\left(3,-1\right),Y\left(1,3\right)$

ميل $\overline{ZY}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-\left(-1\right)}{1-3}=\frac{4}{-2}=-2$

معادلة $\overline{ZY}$: $y=mx+b\rightarrow y=-2x-1$

$Z\left(3,-1\right),X\left(-2,0\right)$

ميل $\overline{ZX}$: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\left(-1\right)}{-2-3}=\frac{1}{-5}$

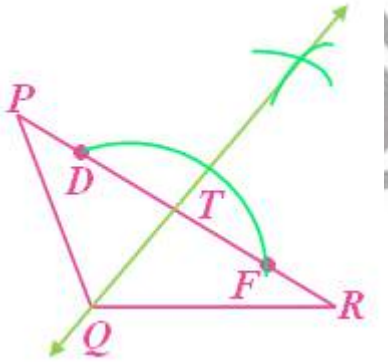
معادلة $\overline{ZX}$: $y=mx+b\rightarrow y=-\frac{1}{5}x-1$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

2-6 الأعمدة والمسافة

تلقى

١) $\overline{QT}$ تمثل البعد بين Q و $\overline{PR}$.



تلقى

2)

$(1,2)\ ,(5,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-2}{5-1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$(5,4)\rightarrow$

$$y=mx+b\rightarrow 4=\frac{1}{2}\times 5+b$$

$$b=4-\frac{5}{2}=1.5$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+1.5$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

ميل المستقيم العمودي على l لأن $-2 = \frac{1}{2} \times -2$ ، $P(1,7)$

$y = mx + b \rightarrow 7 = -2 \times 1 + b$

$b = 7 + 2$

$b = 9$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$y = -2x + 9$

بضرب المعادلة $y = -2x + 9$ في $-1 \leftarrow -y = 2x - 9$

$$y = \frac{1}{2}x + 1.5$$
$$+ \quad -y = 2x - 9$$
$$0 = 2.5x - 7.5$$

$2.5x = 7.5$

$x = 3$

$-y = 2 \times 3 - 9$

$-y = -3$

$y = 3$

$P(1,7),\ (3,3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-1)^2 + (3-7)^2}$$

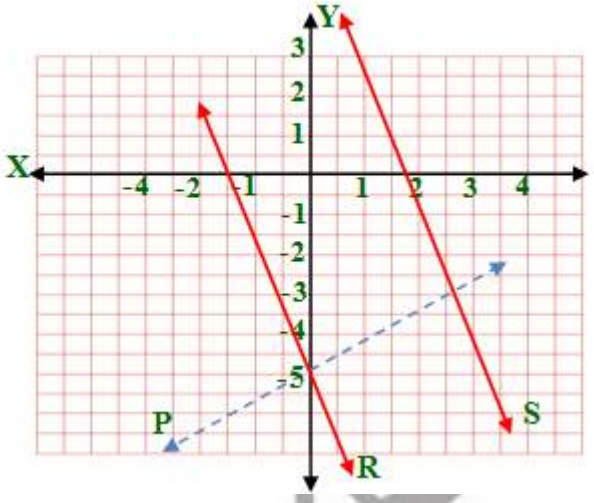
$$\sqrt{(2)^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \approx 4.47$$

البعد بين $p, l \approx 4.47$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

(3A

رسم النقطة $P\,(0,-5)$



المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=-3$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $=\frac{1}{3}$

$$(y-y_1)=m\,(x-x_1)\rightarrow\left(y-(-5)\right)=\frac{1}{3}(x-0)\rightarrow y=\frac{1}{3}x-5$$

$$-3x+6=\frac{1}{3}x-5$$

$$-3x-\frac{1}{3}x=-5-6$$

$$-3\frac{1}{3}x=-11$$

$$x=3.3$$

$$y=-3x+6$$

$$y=-3\times 3.3+6$$

$$y=-3.9$$

إذن نقطة تقاطع المستقيمين p,s : $(0,-5)$, $(3.3,-3.9)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-3.3)^2+\left(-5-(-3.9)\right)^2}$$

$$\sqrt{10.89+1.21}=\sqrt{12.1}\approx 3.47$$

البعد بين المستقيمين ≈ 3.47

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

(3B

$\overleftrightarrow{a} = x + 3y = 6 \rightarrow 3y = -x + 6 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x + 2$

$\overleftrightarrow{b} = x + 3y = -14 \rightarrow 3y = -x - 14 \rightarrow y = \frac{-1}{3}x - \frac{14}{3}$

النقطة $P(0,2)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= \frac{-1}{3}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $= ٣$

$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 2) = 3(x - 0) \rightarrow$

$y - 2 = 3x \rightarrow y = 3x + 2$

$y = 3x + 2$

$y = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$

$3x + 2 = -\frac{1}{3}x - \frac{14}{3}$

$3x + \frac{1}{3}x = -\frac{14}{3} - 2$

$\frac{10}{3}x = -\frac{20}{3}$

$x = -2$

$y = 3 \times -2 + 2$

$y = -4$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b : $(-2,-4), (0,2)$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-(-2))^2 + (2-(-4))^2}$

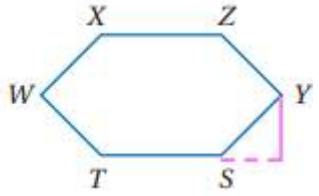
$\sqrt{4+36} = \sqrt{40} \approx 6.32$

البعد بين المستقيمين ≈ 6.32

تأكد

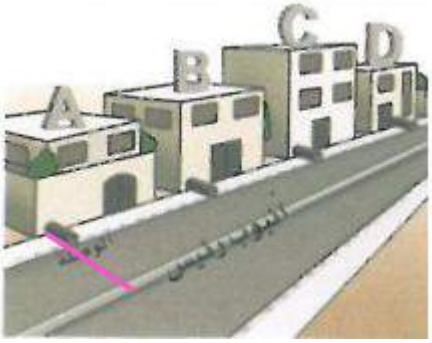
أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي:

١) البعد بين y و $\overleftrightarrow{TS}$



٢)

٣) أنابيب:



هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين p , l في كل مما يأتي: المثال٢

4)

$(4,3)\ ,(-2,0)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-3}{-2-4}=\frac{-3}{-6}=\frac{1}{2}$

$(-2,0)\rightarrow P$

$y=mx+b\rightarrow 0=\frac{1}{2}\times -2+b$

$b=1$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+1$

ميل المستقيم العمودي على l لأن $-1=\frac{1}{2}\times -2$ ، $P(3,10)$

$y=mx+b\rightarrow 10=-2\times 3+b$

$b=10+6$

$b=16$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$y=-2x+16$

بضرب المعادلة $y=-2x+16$ في $-1\leftarrow -y=2x-16$

$$\begin{array}{r} y=\frac{1}{2}x+1 \\ +\ (-y=2x-16) \\ \hline 0=2.5x-15 \end{array}$$

$2.5x=15$

$x=6$

$-y=2x-16$

$-y=2\times 6-16$

$y=4$

$P(3,10),\ (6,4)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(6-3)^2+(4-10)^2}$$

$$\sqrt{(3)^2+(-6)^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

البعد بين p,l $3\sqrt{5}$ وحدة

5)

$(-6,1)\ ,(9,-4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-1}{9-(-6)}=\frac{-5}{15}=\frac{-1}{3}$$

$(-6,1)\rightarrow P$

$$y=mx+b\rightarrow 1=\frac{-1}{3}\times -6+b$$

$$1=\frac{6}{3}+b$$

$$b=1-2$$

$$b=-1$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{-1}{3}x-1$

ميل المستقيم العمودي على l لأن $3=l$ ، $-1=\frac{-1}{3}\times 3$ $P(4,1)$

$$y=mx+b\rightarrow 1=3\times 4+b$$

$$b=1-12$$

$$b=-11$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(4,1)$ هي:

$$y=3x-11$$

بضرب المعادلة $y=3x-11$ في $-1\leftarrow -y=-3x+11$

$$y = \frac{-1}{3}x - 1$$
$$+\ (-y = -3x + 11)$$
$$0 = -\frac{10}{3}x + 10$$

$$\frac{10}{3}x = 10$$
$$x = 3$$

$$-y = -3x + 11$$
$$-y = -3 \times 3 + 11$$
$$y = -2$$

$$P(4,1),\ (3,-2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(3-4)^2 + (-2-1)^2}$$

$$\sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \approx 3.2$$

البعد بين p, l $\sqrt{10}$ وحدة

6)

$$(4,18),(-2,9)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-18}{-2-4} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$(4,18) \rightarrow P$$

$$y = mx + b \rightarrow 18 = \frac{3}{2} \times 4 + b$$
$$18 = 6 + b$$
$$b = 18 - 6$$
$$b = 12$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{3}{2}x+12$

ميل المستقيم العمودي على l $\frac{-2}{3}$ لأن $-1=\frac{-2}{3}\times\frac{3}{2}$ ، $P(-9,5)$

$y=mx+b \rightarrow 5=\frac{-2}{3}\times -9+b$

$b=5-6$

$b=-1$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(-9,5)$ هي:

$y=\frac{-2}{3}x-1$

بضرب المعادلة $y=\frac{-2}{3}x-1$ في $-1 \rightarrow -y=\frac{2}{3}x+1$

$$\begin{array}{r} y=\frac{3}{2}x+12 \\ +\left(-y=\frac{2}{3}x+1\right) \\ \hline 0=\frac{13}{6}x+13 \end{array}$$

$\frac{13}{6}x=-13$

$x=-6$

$-y=\frac{2}{3}x+1$

$-y=\frac{2}{3}\times -6+1=-4+1=-3$

$y=3$

$P(-9,5),\ (-6,3)$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-6-(-9))^2+(3-5)^2}$

$\sqrt{(3)^2+(-2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}\approx 3.6$

البعد بين l, p $\sqrt{13}$ وحدة

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي: المثال٣

7)

$y = -2x + 4$

$y = -2x + 14$

النقطة $P(0,4)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= -2$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $= \frac{1}{2}$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 4) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$$

$$y - 4 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x + 14 = \frac{1}{2}x + 4$$

$$-2x - \frac{1}{2}x = 4 - 14$$

$$-2.5x = -10$$

$$x = 4$$

$$y = -2x + 14$$

$$y = -2 \times 4 + 14$$

$$y = 6$$

نقطة تقاطع المستقيمين p, b : $(4,6), (0,4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-4)^2 + (4-6)^2}$$

$$\sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين $\approx 2\sqrt{5}$ وحدة

8)

$y = 7$

$y = -3$

$(0,7),\ (0,-3)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (-3-7)^2}$$

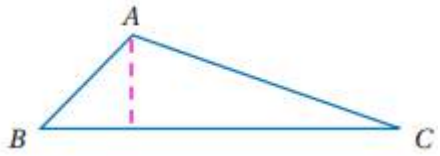
$\sqrt{100} = 10$

البعد بين المستقيمين ≈ ١٠ وحدات

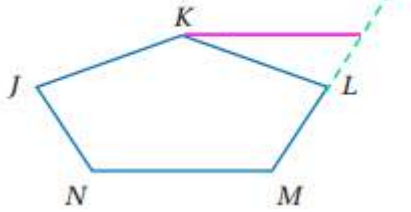
تدرب وحل المسائل

أنشئ القطعة المستقيمة التي تمثل البعد في كل مما يأتي :

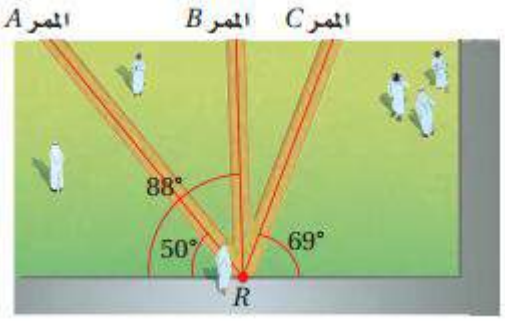
٩)



١٠)



١١) مدرسة:



الممر B هو أقصر هذه الممرات الثلاثة، إذ إن المسافة العمودية هي أقصر مسافة من أحد جانبي الساحة إلى الجانب الآخر. وبما أن الزاوية التي يصنعها الممر B هي الأقرب إلى 90°، فإن الممر B هو أقصرها.

هندسية إحداثية: أوجد البعد بين المستقيمين l , p في كل مما يأتي: المثال٢

12)

$(0,-3)$,$(7,4)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{4-(-3)}{7-0}=\frac{7}{7}=1$$

$(7,4)$

$$y=mx+b \rightarrow 4=1\times 7+b$$

$$b=-3$$

معادلة المستقيم l: $y=x-3$

ميل المستقيم العمودي على l $-1=l$ لأن $-1=1\times -1$ ، $P(4,3)$

$$y=mx+b \rightarrow 3=-1\times 4+b$$

$$b=3+4$$

$$b=7$$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(1,7)$ هي:

$$y=-x+7$$

$$\begin{array}{r} y = x - 3 \\ + \quad y = -x + 7 \\ \hline 2y = 0 + 4 \end{array}$$

$$2y = 4$$
$$y = 2$$

$$y = x - 3$$
$$2 = x - 3$$
$$x = 5$$

$$P(4,3),\ (5,2)$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5-4)^2 + (2-3)^2}$$

$$\sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

البعد بين p, l: $\sqrt{2}$ وحدة

13)

$$(-2,1)\ ,(4,1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-1}{4-(-2)} = \frac{0}{6} = 0$$

$$(4,1)$$

$$y = mx + b \rightarrow 1 = 0 \times 4 + b$$
$$b = 1$$

معادلة المستقيم l: $y = 1$

$$P(5,7)$$

$$y = mx + b \rightarrow 7 = 0 \times 5 + b$$
$$b = 7$$
$$y = 7$$

$P\,(0,1),\ (0,7)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(7-1)^2}$$

$$\sqrt{36}=6$$

البعد بين p,l: ٦ وحدات

14)

$(-8,1)\ ,(3,1)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-1}{3-(-8)}=\frac{0}{11}=0$$

$(3,1)$

$$y=mx+b\rightarrow 1=0\times 3+b$$

$$b=1$$

$y=1$ معادلة المستقيم l:

$P\,(-2,4)$

$$y=mx+b\rightarrow 4=0\times -2+b$$

$$b=4$$

$$y=4$$

$P\,(0,1),\ (0,4)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(4-1)^2}$$

$$\sqrt{0+9}=3$$

البعد بين p,l: ٣ وحدة

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15)

$y = -2$

$y = 4$

$(0,-2),\ (0,4)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (4-(-2))^2}$$

$$\sqrt{0+36} = 6$$

16)

$x = 3$

$x = 7$

$(3,0),\ (7,0)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(7-3)^2 + (0-0)^2}$$

$$\sqrt{16+0} = 4$$

17)

$y = \frac{1}{3}x - 3$

$y = \frac{1}{3}x + 2$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $= \frac{1}{3}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما

$= -3$ والنقطة $P(0,-3)$

$$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - (-3)) = -3(x - 0) \rightarrow$$

$$y + 3 = -3x \rightarrow y = -3x - 3$$

$$y=\frac{1}{3}x+2$$
$$y=-3x-3$$
$$-3x-3=\frac{1}{3}x+2$$
$$-3x-\frac{1}{3}x=2+3$$
$$-\frac{10}{3}x=5$$
$$x=-1.5$$

$$y=-3x-3$$
$$y=-3\times1.5-3$$
$$y=-7.5$$
$$(0,-3),\ (-1.5,-7.5)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-1.5-0)^2+(-7.5-(-3))^2}$$

$$\sqrt{(-1.5)^2+(-4.5)^2}=\frac{3}{2}\sqrt{10}$$

18)

$$y=15$$
$$y=-4$$
$$(0,15),\ (0,-4)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-0)^2+(-4-15)^2}$$

$$\sqrt{(19)^2}=19$$

19)

$$3x+y=3\rightarrow y=-3x+3$$
$$y+17=-3x\rightarrow y=-3x-17$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = -3 وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما = $\frac{1}{3}$ والنقطة $P(0,3)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow(y-3)=\frac{1}{3}(x-0)\rightarrow$$
$$y-3=\frac{1}{3}x\rightarrow y=\frac{1}{3}x+3$$

$$y=\frac{1}{3}x+3$$
$$y=-3x-17$$
$$-3x-17=\frac{1}{3}x+3$$
$$-3x-\frac{1}{3}x=3+17$$
$$-\frac{10}{3}x=20$$
$$x=-6$$

$$y=-3x-17$$
$$y=-3\times-6-17$$
$$y=1$$
$$(0,3),\ (-6,1)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-6-0)^2+(1-3)^2}$$

$$\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

20)

$$y=\frac{-5}{4}x+3.5$$

$$4y+10.6=-5x \rightarrow y=\frac{-5}{4}x-\frac{10.6}{4} \rightarrow y=\frac{-5}{4}x-2.65$$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=\frac{-5}{4}$ وميل المستقيم $\overleftrightarrow{P}$ العمودي عليهما $=\frac{4}{5}$ والنقطة $P\left(0,3.5\right)$

$$\left(y-y_1\right)=m\left(x-x_1\right) \rightarrow \left(y-3.5\right)=\frac{4}{5}\left(x-0\right) \rightarrow$$

$$y-3.5=\frac{4}{5}x \rightarrow y=\frac{4}{5}x+3.5$$

$$y=\frac{-5}{4}x-2.65$$

$$y=\frac{4}{5}x+3.5$$

$$\frac{4}{5}x+3.5=\frac{-5}{4}x-2.65$$

$$\frac{4}{5}x+\frac{5}{4}x=-2.65-3.5$$

$$2.05x=-6.15$$

$$x=-3$$

$$y=\frac{4}{5}x+3.5$$

$$y=\frac{4}{5}\times(-3)+3.5$$

$$y=1.1$$

$$(0,3.5),\ (3,1.1)$$

$$d=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}=\sqrt{\left(3-0\right)^2+\left(1.1-3.5\right)^2}$$

$$\sqrt{9+5.76}=\frac{3\sqrt{41}}{5}\approx 3.8$$

٢١) برهان:

المعطيات: l متساوي البعد عن m، وn متساوي البعد عن m.

المطلوب: $n \parallel l$

البرهان:

١) l متساوي البعد عن m، وn متساوي البعد عن m (معطيات)

٢) $m \perp l$ و $m \perp n$ (تعريف تساوي البعد).

٣) ميل l يساوي ميل m (تعريف توازي مستقيمين) ميل m يساوي ميل n.

٤) ميل l يساوي ميل n (بالتعويض).

٥) $n \parallel l$ (تعريف توازي مستقيمين).

أوجد البعد بين المستقيم والنقطة في كل مما يأتي :

22)

$y = -3$

$m = 0,\ (5,2)$

$y = mx + b \rightarrow 2 = 0 \times 5 + b$

$b = 2$

$y = 2$

$(0,-3),(0,2)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-0)^2 + (2-(-3))^2}$$

$$\sqrt{0+25} = \sqrt{25} = 5$$

23)

$$y=\frac{1}{6}x+6,\ (-6,5)$$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-5=-6(x+6)\rightarrow$$
$$y-5=-6x-36\rightarrow y=-6x-31$$

$$\frac{1}{6}x+6=-6x-31$$

$$\frac{1}{6}x+6x=-31-6$$

$$\frac{37}{6}x=-37$$
$$x=-6$$
$$y=-6x-31$$
$$y=36-31$$
$$y=5$$
$$(-6,5)$$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-6-(-6))^2+(5-5)^2}$$

$$\sqrt{0+0}=0$$

24)

ميل معادلة العمودي على المستقيم $x=4$ من النقطة $(-2,5)$ هي $y=5$. لذا نقطة التقاطع بين المستقيم $x=4$ و $y=5$ هي $(4,5)$.

باستخدام قانون المسافة بين النقطتين $(-2,5)$ و $(4,5)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2-4)^2 + (5-5)^2}$$

$$= \sqrt{36+0}$$

$$= 6$$

٢٥) ملصقات:

يمكن أن يقيس شاكر المسافة العمودية بين الملصقين في مكانين مختلفين. ويكون الملصقان متوازيين، إذا كانت المسافات بينهما متساوية.

إنشاءات هندسية:

٢٦) المستقيمان متعامدان، وميل l يساوي -1 وميل $\overleftrightarrow{PQ}$ يساوي 1. وبما أن ناتج ضرب الميلين يساوي -1 ؛ فالمستقيمان متعامدان.

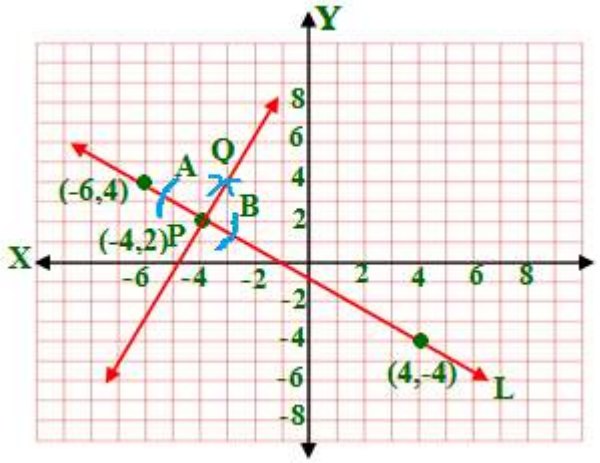
$$(-4,3),(2,-3)$$

$$\overleftrightarrow{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-3}{2-(-4)} = \frac{-6}{6} = -1$$

$$(-2,1),(-1,2)$$

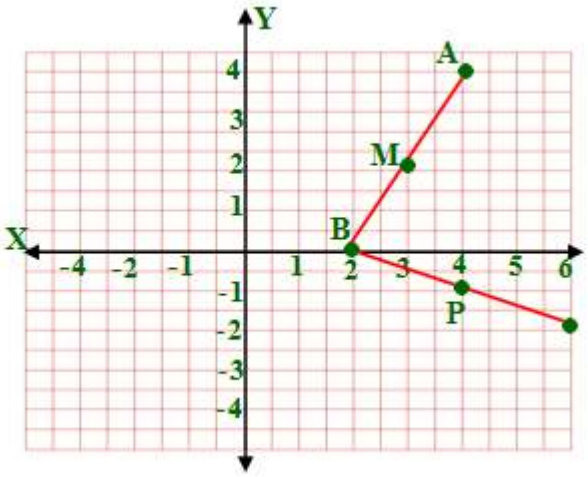
$$\overleftrightarrow{PQ} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2-1}{-1-(-2)} = \frac{1}{1} = 1$$

٢٧) الرسمة



٢٨) هندسية إحداثية:

(a



b) $A(4,4),\ B(2,0)$

٢٩) تمثيلات متعددة:

a) هندسياً:

b) لفظياً:

ضع نقطة C عند أي مكان على المستقيم m. فمساحة المثلث تساوي نصف طول القاعدة مضروباً في الارتفاع. ويبقى هذان العددان ثابتين أينما كان موقع النقطة C.

c) تحليلياً:

مساحة المثلث $=\frac{1}{2}$ طول القاعدة $\times$ الأرتفاع

$$16.5cm^2 = 3\times 11\times\frac{1}{2}$$

مسائل مهارات التفكير العليا

٣٠) اكتشف الخطأ:

ادّعاء زيد صحيح؛ إذ أن البعد بين النقطتين A و C يساوي $1.2cm$ تقريباً. على حين أن البعد بين B و D يساوي $1.35\ cm$ تقريباً. وبما ان البعد بين المستقيمين غير ثابت فسيلتقيان عندما يمدان على استقامتيهما.

٣١) اكتب: ايجاد المستقيم العمودي من B إلى D و ايجاد المستقيم العمودي من A إلى C ثم إيجاد منتصف كل عمود منهما والتوصيل بين منتصفيهما لإيجاد مستقيم يوازي المستقيمين الأخرين.

٣٢) تحدّ:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\rightarrow\sqrt{(0-a)^2+(6-4)^2}=\sqrt{5}$$

$$(0-a)^2+(6-4)^2=5$$

$$a^2+4=5$$

$$a^2=5-4$$

$$a=\pm 1$$

إذا كانت $a=1$ والنقطتين $(1,4),\ (0,6)$

ميل المستقيم العمودي: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-4}{0-1}=\frac{2}{-1}=-2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m=\frac{1}{2}$

$(1,4)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}(x-1)\rightarrow y-4=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$

$(0,6)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{1}{2}(x-0)$

$y=\frac{1}{2}x+6$

إذا كانت $a=-1$ والنقطتين $(-1,4),\ (0,6)$

ميل المستقيم العمودي: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{6-4}{0+1}=\frac{2}{1}=2$

ميل المستقيمين المتوازين: $m=-\frac{1}{2}$

$(-1,4)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-4=\frac{-1}{2}(x-(-1))\rightarrow$

$y-4=\frac{-1}{2}x-\frac{1}{2}\rightarrow y=\frac{-1}{2}x+\frac{7}{2}$

$(0,6)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=\frac{-1}{2}(x-0)$

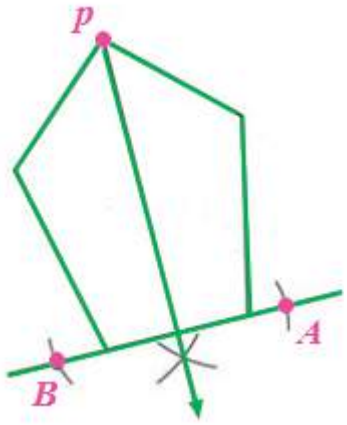
$y=\frac{-1}{2}x+6$

٣٣) تبرير:

صحيحة أحياناً؛ إذ يمكن إيجاد هذا البعد عندنا يكون المستقيم يوازي المستوى فقط.

٣٤) مسألة مفتوحة:

a)

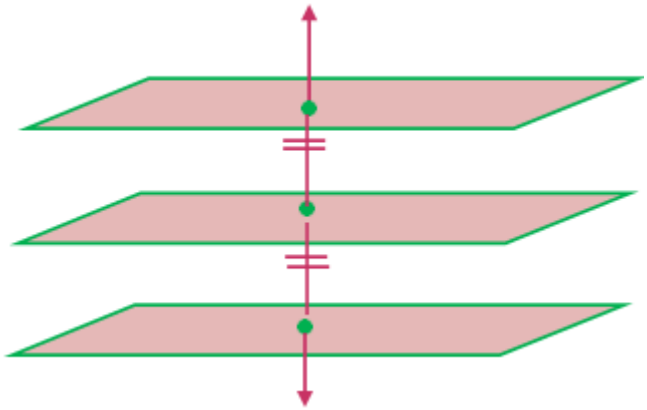


b)

باستعمال المنقلة، نجد أن قياس الزاوية التي أُنشئت يساوي 90°. لذا فالمستقيم الذي أنشئ من الرأس P عمودي على الضلع المختار غير المجاور.

35) تحدّ:

إذا كان المستويان متساويي البعد عن مستوى ثالث، فإن المستويين متوازيان.



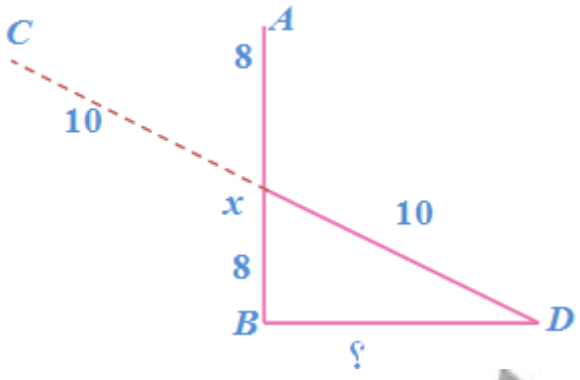
36) اكتب:

نختار نقطة على أحد المستقيمين، ونجد معادلة المستقيم الذي يعامد المستقيمين المتوازيين ويمر في هذه النقطة، ثم نجد نقطة تقاطع هذا العمودي مع المستقيم الآخر الذي لم يستعمل في الخطوة الأولى، وبعد ذلك نستعمل صيغة المسافة بين نقطتين؛ لإيجاد المسافة بين النقطة المفروضة على المستقيم الأول، ونقطة التقاطع على المستقيم الثاني، فيكون الناتج هو البعد بين المستقيمين المتوازيين.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

تدريب على الاختبار المعياري

37) A



$$\overline{BD} = \sqrt{(10)^2 - (8)^2}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{36} = 6$$

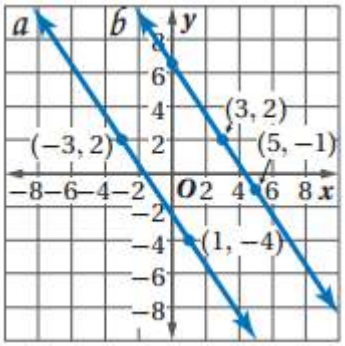
38) H

مساحة المربع = طول الضلع × نفسه

$$300 \approx 284.6 = \sqrt{8100}$$

مراجعة تراكمية

39) استعن بالشكل المجاور لتحدد ما إذا كان $a \perp b$. برر إجابتك



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

$$m\left(\overleftrightarrow{a}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-4-2}{1+3}=\frac{-3}{2}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{b}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-2}{5-3}=\frac{-3}{2}$$

بما أن الميلين متساويان فإن $a \parallel b$.

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

40) $m=\frac{1}{4},(3,-1)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{1}{4}(x-3)\rightarrow y+1=\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}$$

$$y=\frac{1}{4}x-\frac{7}{4}$$

41) $m=0,(-2,6)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-6=0(x+2)$$

$$y=6$$

42) $m=-2,(-6,-7)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-7)=-2(x-(-6))\rightarrow y+7=-2x-12$$

$$y=-2x-19$$

43) حاسوب:

بما أن النسبة بعد عام ١٤٢٦ بسنتين أصبحت 20٪ هذا يعني انها زدت بنسبة 9٪ خلال السنتين لأن $20-11=9$

٩ × عدد السنين = ٥٠

عدد السنين ≈ 6

إذن السنة التي تكون فيها نسبة المشتركين $50\% \approx 6+1428=1434$ هـ

استعد للدرس اللاحق

استعمل صيغة المسافة بين نقطتين لإيجاد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

44) $O(-12,0),\ P(-8,3)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\rightarrow\sqrt{(-8-(-12))^2+(3-0)^2}$$

$$\sqrt{(4)^2+(3)^2}=\sqrt{25}=5$$

46) $R(-2,3),\ S(3,15)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\rightarrow\sqrt{(3-(-2))^2+(15-3)^2}$$

$$\sqrt{(5)^2+(12)^2}=\sqrt{25+144}=\sqrt{169}=13$$

47) $Q(-12,2),\ T(-9,6)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}\rightarrow\sqrt{(-9-(-12))^2+(6-2)^2}$$

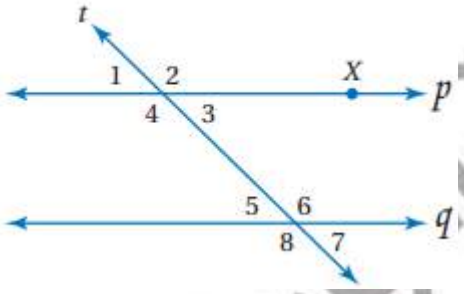
$$\sqrt{(3)^2+(4)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

الفصل 2 دليل الدراسة والمراجعة

اختبر مفرداتتك:

بين ما إذا كانت كل جملة مما يأتي صحيحة أو خاطئة:



١) خاطئة، متوازيان.

٢) صحيحة.

٣) صحيحة.

٤) خاطئة، متكاملتان.

٥) صحيحة.

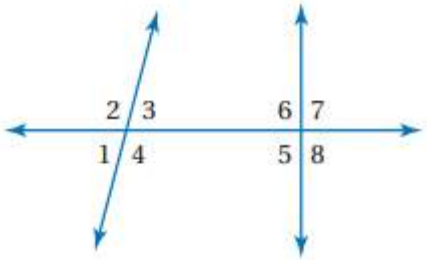
٦) صحيحة.

٧) خاطئة، متطابقتان.

٨) صحيحة.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

2-1 المستقيمان المتوازيان والقاطع



صنف كل زوج من الزوايا إلى زاويتين متبادلتين داخلياً أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين أو متحالفتين مستعملاً الشكل أدناه.

٩) متناظرتان.

١٠) متبادلتان داخلياً.

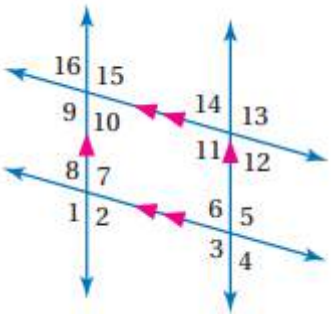
١١) متبادلتان خارجياً.

١٢) متحالفتان.

١٣) جسور المشاة: مستقيمان متخالفان.

2-2 الزوايا والمستقيمات المتوازية

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية وأذكر المسلمات والنظريات:



نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً:

14)

$\angle 5 = \angle 1 = 123^\circ$

15)

$\angle 13 = \angle 5 = 123^\circ$

$\angle 14 = 180 - 123$

$\angle 14 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتناظرتين والمتجاورتين على مستقيم:

16)

$\angle 16 = \angle 14 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتناظرتين:

17)

$\angle 11 = \angle 5 = 123^\circ$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً:

18)

$\angle 4 = 180 - \angle 5$

$\angle 4 = 180 - 123 = 57^\circ$

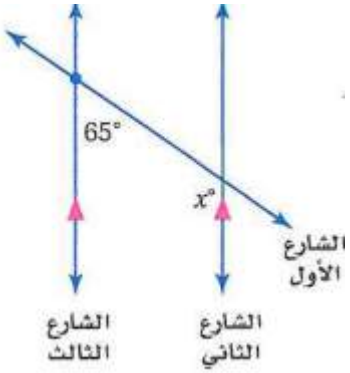
نظرية الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان:

19)

$\angle 6 = \angle 4 = 57^\circ$

نظرية الزاويتين المتقابلتين بالرأس متساويتان:

20) خرائط:



$x + 55 = 180$

$x = 180 - 55$

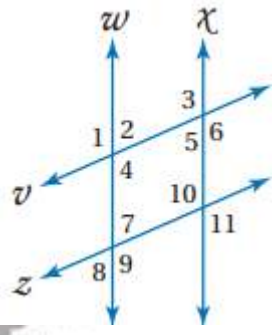
$x = 125$

نظرية الزاويتان المتحالفتان:

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

2-3 إثبات توازي مستقيمين (ص: 102-107)

هل يمكن إثبات أن أياً من مستقيمات الشكل متوازية اعتماداً على المعطيات في كل مما يأتي:



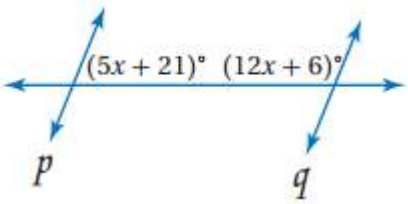
٢١) $W \square X$ عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

٢٢) لا يوجد مستقيمات متوازية.

٢٣) $W \square X$ عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين.

٢٤) $V \square Z$ عكس نظرية الزاويتين المتبادلتين خارجياً

٢٥) أوجد قيمة x:



$$(5x+21)+(12x+6)=180^\circ$$
$$17x+27=180$$
$$17x=180-27$$
$$17x=153$$
$$x=9$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

٢٦) هندسة المواقع:

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

$m\angle BAD + m\angle ADC = 180$

$45 + \angle ADC = 180$

$\angle ADC = 180 - 45$

$\angle ADC = 135^\circ$

2-4 ميل المستقيم (ص. 109-116)

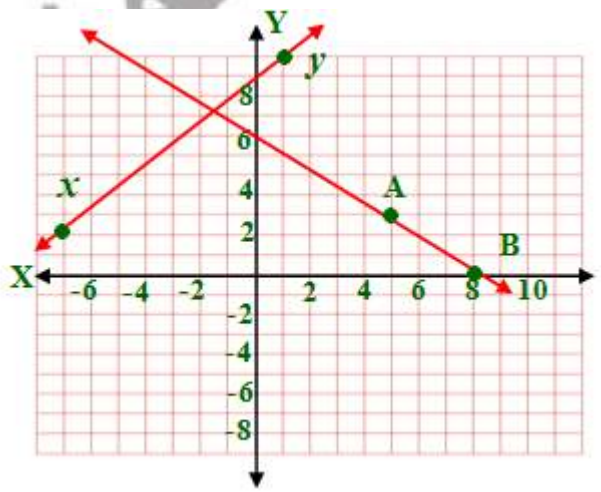
حدد ما إذا كان $\overleftrightarrow{AB}$ و $\overleftrightarrow{XY}$ متوازيين أو متعامدين أو غير ذلك في كل مما يأتي:

27)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-2}{1-(-7)} = \frac{8}{8} = 1$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-3}{8-5} = \frac{-3}{3} = -1$$

بما أن حاصل ضرب ميل كل من $\overleftrightarrow{XY}$ و $\overleftrightarrow{AB}$ $= -1$ إذن المستقيمان متعامدان

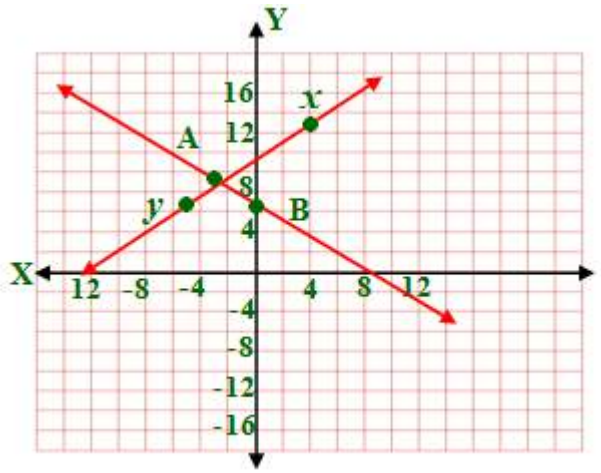


28)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-13}{-5-4}=\frac{-6}{-9}=\frac{2}{3}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-9}{0-(-3)}=\frac{-2}{3}$$

المستقيمان غير ذلك لأن حاصل ضربهما $-1 \neq$ وغير متساويان.

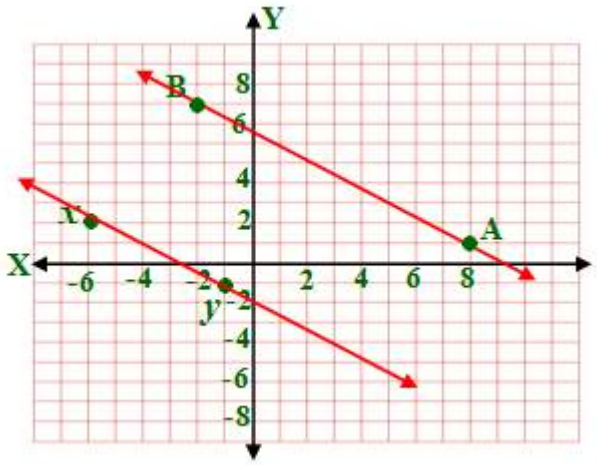


29)

$$m\left(\overleftrightarrow{XY}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-2}{-1-(-6)}=\frac{-3}{5}$$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-1}{-2-8}=\frac{6}{-10}=\frac{3}{-5}$$

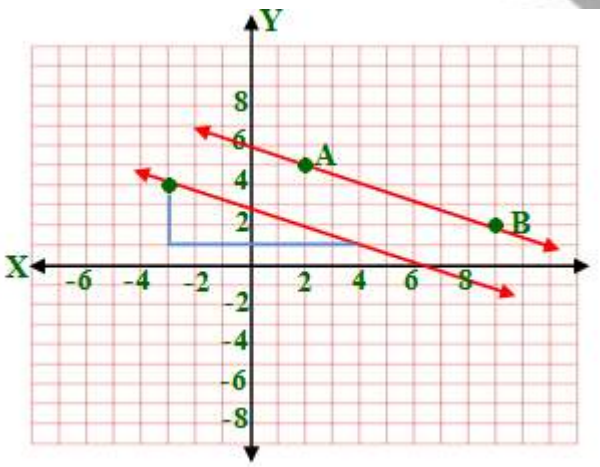
المستقيمان متوازيان لأن ميل كل منهما متساويان.



30)

$(2,5)(9,2)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-5}{9-2}=\frac{-3}{7}$$

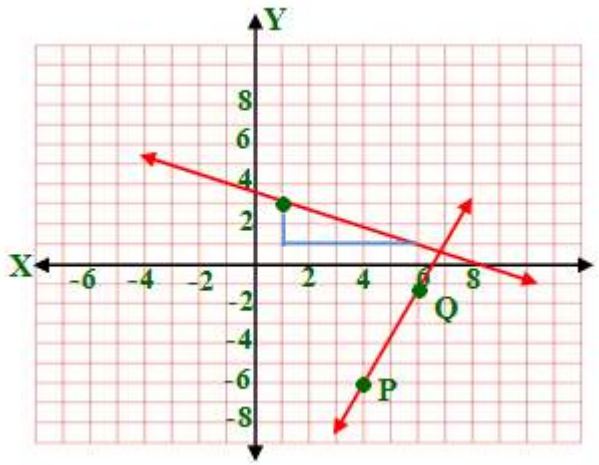


31)

$(4,-6)(6,-1)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-(-6)}{6-4}=\frac{5}{2}$$

وميل العمودي $\frac{-2}{5}$



32) طائرات:

$(23,17),(5,11)$

$$m\left(\overleftrightarrow{A}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{11-17}{5-23}=\frac{-6}{-18}=\frac{1}{3}$$

$(3,15),(9,17)$

$$m\left(\overleftrightarrow{B}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{17-15}{9-3}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

بما أن ميل كل من A,B إن الطائرتين متوازيين.

2-5 صيغ معادلة المستقيم (ص. 124-117)

اكتب بصيغة الميل ونقطة معادلة المستقيم المعطى ميله ونقطة يمر بها في كل مما يأتي:

33) $m=2,(4,-9)$

$$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-9)=2(x-4)\rightarrow y+9=2x-8$$

$$y=2x-17$$

34) $m=\frac{-3}{4},(8,-1)$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow y-(-1)=\frac{-3}{4}(x-8)\rightarrow y+1=\frac{-3}{4}x+\frac{24}{4}$

$y=\frac{-3}{4}x+5$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله:

35) $m=5,b=-3$

$y=mx+b\rightarrow y=5x-3$

36) $m=\frac{1}{4},b=4$

$y=mx+b\rightarrow y=\frac{1}{2}x+4$

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المعطى ميله الذي أعطيت نقطتان يمر بهما فيما يأتي:

37) $(-3,12),(15,0)$

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-12}{15-(-3)}=\frac{-12}{18}=\frac{-2}{3}$

$y=mx+b$

$12=\frac{-2}{3}\times-3+b$

$12=2+b$

$b=12-12=10$

$y=mx+b\rightarrow y=\frac{-2}{3}x+10$

38) $(-7,2),(5,8)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{8-2}{5-(-7)}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$y=mx+b$$
$$2=\frac{1}{2}\times -7+b$$

$$2=\frac{-7}{2}+b$$

$$2+\frac{7}{2}=b$$
$$b=5.5$$

$$y=mx+b \rightarrow y=\frac{1}{2}x+5.5$$

39) فيزياء:

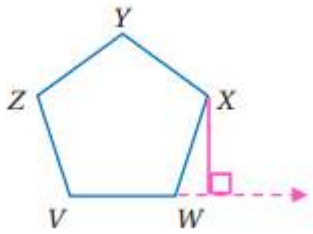
المعادلة: $v=7t+30$

$$30=7t$$
$$t=30\div 7$$
$$t\approx 4.3s$$

2-6 الأعمدة والمسافة (ص: 134-)

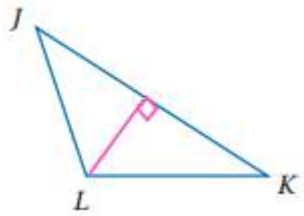
أنشئ القطعة المستقيمة التي تبين البعد في كل مما يأتي:

40)



حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

41)



42) قياس:

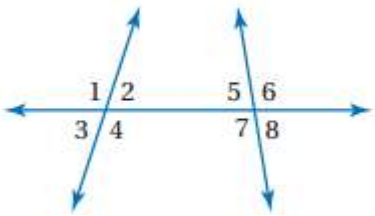
صف المسامير الثاني متساوي البعد عند جميع نقاط الصف الأول.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

الفصل 2

اختبار الفصل

صنف كل زوج من الزوايا فيما يأتي إلي زاويتين متبادلتين داخلياً، أو متبادلتين خارجياً أو متناظرتين، أو متحالفتين، مستعملاً الشكل أدناه:



١) متبادلتان خارجياً.

٢) متحالفتان.

٣) متبادلتان داخلياً.

أوجد ميل المستقيم الذي يمر بالنقطتين المحددتين في كل مما يأتي:

4)

$(8,1),(8,-6)$

$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-6-1}{8-8}=\frac{-7}{0}$

الميل غير معرف

5)

$(0,6),(4,0)$

$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-6}{4-0}=\frac{-6}{4}=\frac{-3}{2}$

6)

$(6,3),(-6,3)$

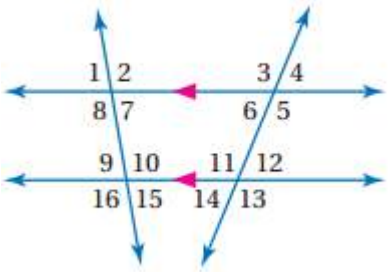
$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-3}{-6-6}=\frac{0}{-12}=0$

7)

$(5,4),(8,1)$

$$m\left(\overleftrightarrow{AB}\right)=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-4}{8-5}=\frac{-3}{3}=-1$$

في الشكل أدناه أوجد قياس كل من الزوايا الآتية، واذكر المسلمات والنظريات التي استعملتها:



8)

$\angle 8+\angle 9=180$

$96+\angle 9=180$ نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$\angle 9=180-96$

$\angle 9=84^\circ$

9)

$\angle 11+\angle 12=180$

$\angle 11+42=180$ نظرية الزاويتين المتكاملتين:

$\angle 11=180-42$

$\angle 11=138^\circ$

10)

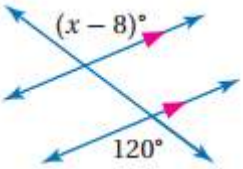
$\angle 6+\angle 11=180$

$\angle 6+138=180$ نظرية الزاويتين المتحالفتين:

$\angle 6=180-138$

$\angle 6=42^\circ$

11) أوجد قيمة x في الشكل الأتي:

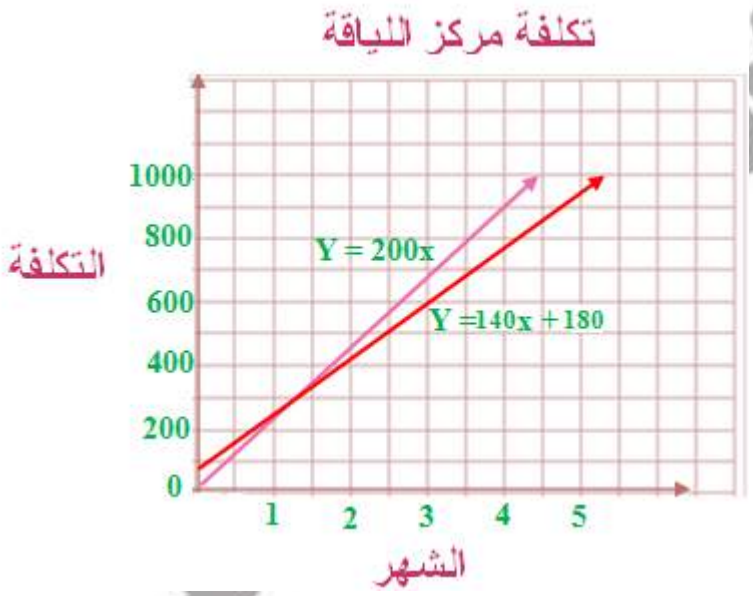


نظرية الزاويتان المتبادلتين خارجياً:

$x - 8 = 120$
$x = 120 + 8$
$x = 128$

12) ناد رياضي:

a)
$y = 200x$
$y = 140x + 180$



b) ليسا متوازيين، يتقاطع المستقيمان لأن ميليهما غير متساويان.

c) العرض الاول دائماً هو الأفضل، فعلى سبيل المثال إذا فرضنا أن عدد الشهور= ٢

$y = 200 \times 2$
$y = 400$

$y = 140x + 180$
$y = 140 \times 2 + 180$
$y = 460$

نجد أن تكلفة العرض الأول أقل من الثاني وإذا افترضت أي عدد من الأشهر سيكون تكلفة العرض الأول دائماً أقل.

اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم في كل من الحالات الآتية:

13)

$\because 2\times\frac{-1}{2}=-1$

$\therefore m=\frac{-1}{2},\ (-8,1)$

$y=mx+b$

$1=\frac{-1}{2}\times-8+b$

$b=-3$

$y=mx+b$

$y=\frac{-1}{1}x-3$

14)

$m=4,\ (0,7)$

$y=mx+b$

$7=4\times0+b$

$b=7$

$y=mx+b$

$y=4x+7$

أوجد البعد بين كل مستقيمين متوازيين فيما يأتي:

15) $y=x-11,\ y=x-7$

النقطة $P(0,-7)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما $=1$ وميل العمودي $=-1$

$(y-y_1)=m(x-x_1)\rightarrow(y-(-7))=-1(x-0)\rightarrow$

$y+7=-x\rightarrow y=-x-7$

$y = -x - 7$
$y = x - 11$
$-x - 7 = x - 11$
$-2x = -11 + 7$
$-2x = -4$
$x = 2$
$y = x - 11$
$y = 2 - 11$
$y = -9$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(2,-9),\ (0,-7)$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (-7-(-9))^2} = \sqrt{8} \approx 2\sqrt{2}$$

البعد بين المستقيمين = $2\sqrt{2}$ وحدة

16) $y = -2x + 1,\ y = -2x + 16$

النقطة $P(0,1)$

المستقيمان متوازيان ميل كل منهما = -2 وميل العمودي = $\frac{1}{2}$

$(y - y_1) = m(x - x_1) \rightarrow (y - 1) = \frac{1}{2}(x - 0) \rightarrow$

$y - 1 = \frac{1}{2}x \rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$

$y = -2x + 16$

$-2x + 16 = \frac{1}{2}x + 1$

$-2.5x = 1 - 16$

$-2.5x = -15$

$x = 6$

$y = -2x + 16$

$y = -2 \times 6 + 16$

$y = 4$

نقطة تقاطع المستقيمين: $(6,4),\ (0,1)$

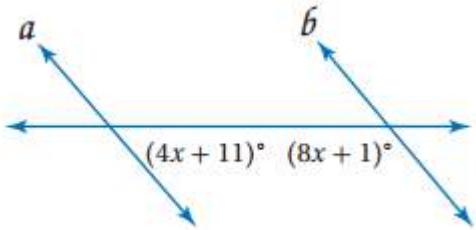
$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-6)^2+(1-4)^2}=$$
$$\sqrt{36+9}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$$

البعد بين المستقيمين = $3\sqrt{5}$ وحدة

اختيار من متعدد:

١٧) $D:\overline{VZ}$

١٨) أوجد قيمة x:



عكس نظرية الزاويتين المتحالفتين.

$$(4x+11)+(8x+1)=180$$
$$12x+12=180$$
$$12x=180-12$$
$$x=14$$

هندسة إحداثية:

19)

$$(-4,2)\ ,(3,-5)$$
$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-2}{3-(-4)}=\frac{-7}{7}=-1$$
$$(3,-5)$$
$$y=mx+b\rightarrow -5=-1\times 3+b$$
$$b=-2$$

معادلة المستقيم l: $y=-x-2$

ميل المستقيم العمودي على l = 1 لأن $-1=1\times-1$ ، $P(2,1)$

$y=mx+b \rightarrow 1=1\times2+b$

$b=1-2$

$b=-1$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,1)$ هي:

$y=x-1$

$$\begin{array}{r} y=-x-2 \\ +y=x-1 \\ \hline 2y=-3 \end{array}$$

$y=-1.5$

$y=-x-2$

$-1.5=-x-2$

$x=1.5-2$

$x=-0.5$

$P(-0.5,-1.5),\ (2,1)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2-(-0.5))^2+(1-(-1.5))^2}$$

$$\sqrt{6.25+6.25}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$$

البعد بين p, l: $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ وحدة

20)

$(6,5),(2,3)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-5}{2-6}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$$

$(2,3)$

$y=mx+b \rightarrow 3=\frac{1}{2}\times2+b$

$b=2$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{1}{2}x+2$

ميل المستقيم العمودي على l $=-2$ لأن $-1=-2\times\frac{1}{2}$ ، $P(2,6)$

$y=mx+b \rightarrow 6=2\times-2+b$

$b=6+4$

$b=10$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $P(2,6)$ هي:

$y=-2x+10$

ضرب المعادلة l في ٤: $y=\frac{1}{2}x+2 \rightarrow 4y=2x+8$

$$\begin{array}{r} y=-2x+10 \\ +4y=2x+8 \\ \hline 5y=18 \end{array}$$

$y=3.6$

$y=-2x+10$

$3.6=-2x+10$

$-2x=3.6-10$

$-2x=-6.4$

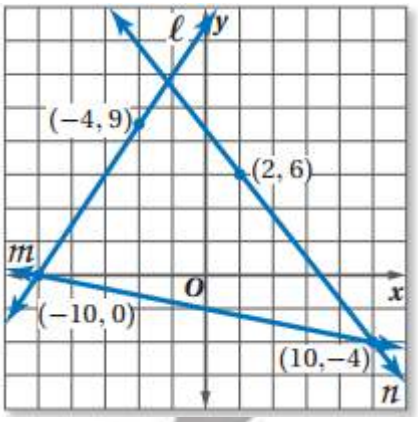
$x=3.2$

$P(3.2,3.6),\ (2,6)$

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2-(3.2))^2+(6-3.6)^2}$$

$$\sqrt{1.44+5.76}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$$

استعمل الشكل أدناه لتجد ميل كل مستقيم:



21)

$(-10, 0)\ ,\ (-4\ ,\ 9\ )$

$$\overleftrightarrow{L} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 0}{-4 - (-10)} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

22)

$(-10, 0)\ ,\ (10,\ -4)$

$$\overleftrightarrow{M} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4 - 0}{10 - (-10)} = \frac{-4}{20} = \frac{-1}{5}$$

ميل مستقيم يوازي m $= \frac{-1}{5}$

23)

$(10, -4)\ ,\ (2,\ 6\ )$

$$\overleftrightarrow{N} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-4)}{2 - 10} = \frac{10}{-8} = \frac{5}{-4}$$

ميل مستقيم يعامد n $= \frac{4}{5}$

٢٤) أعمال:

مقدار العمولة الزائدة التي يتقاضاها $= 200 \times \frac{15}{100} = 300$

إذن المعادلة هي: $y = 12x + 300$

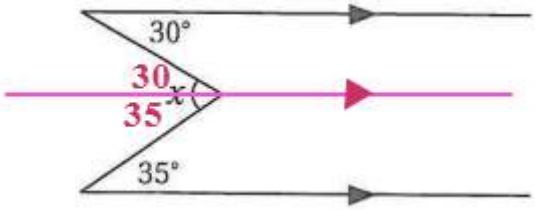
حيث x عدد ساعات العمل.

الفصل 2 الإعداد للاختبارات المعيارية

تمارين ومسائل

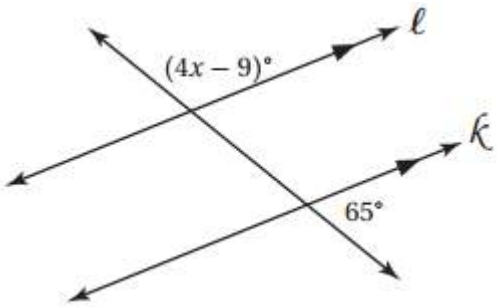
اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اكتب الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة:

1) ما قيمة x في الشكل أدناه:



$x = 30 + 35$
$x = 75$

2) ما قيمة x في الشكل أدناه:



مكملة $(4x - 9) = 65^\circ$ حسب نظرية الزاويتين المتناظرتين

$(4x-9)+65=180$
$4x+56=180$
$4x=180-56$
$4x=124$
$x=31$

أسئلة الاختيار من متعدد

(1 D : $\angle 8 \cong \angle 2$

(2 A : $3+3=6$

(3 A

$(0,4)\ ,(6,0)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-4}{6-0}=\frac{-4}{6}=\frac{-2}{3}$$

(4 B

$(-5,-5)\ ,(4,1)$

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-(-5)}{4-(-5)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$(4,1)$

$$y=mx+b \rightarrow 1=\frac{2}{3}\times 4+b$$

$$b=1-\frac{8}{3}$$

$$b=-\frac{5}{3}$$

معادلة المستقيم l: $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

ميل المستقيم العمودي على l $\frac{-3}{2}$ لأن $-1=\frac{-3}{2}\times\frac{2}{3}$ ، $F(-4,0)$

$y=mx+b \rightarrow 0=\frac{-3}{2}\times -4+b$

$b=-6$

معادلة المستقيم العمودي على المستقيم l والمار بالنقطة $F(-4,0)$ هي:

$y=\frac{-3}{2}x-6$ ← ضرب المعادلة في -1

$-y=\frac{3}{2}x+6$

$$\begin{array}{r} -y=\frac{3}{2}x+6 \\ +y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3} \\ \hline 0=\frac{13}{6}x+\frac{13}{3} \end{array}$$

$x=-2$

$y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$

$y=\frac{2}{3}\times -2-\frac{5}{3}$

$y=-3$

$F(-2,-3),\ (-4,0)$

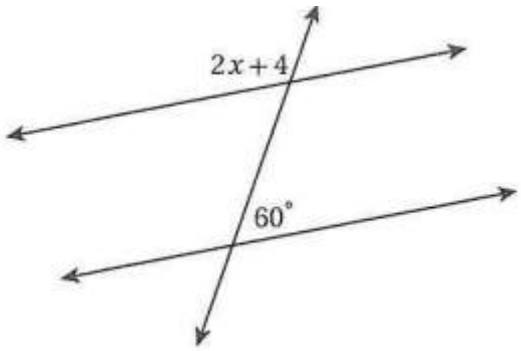
$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-4-(-2))^2+(0-(-3))^2}$

$\sqrt{4+9}=\sqrt{13}\approx 3.6$

البعد بين K, F: $3.6\approx$ وحدة

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

C (5



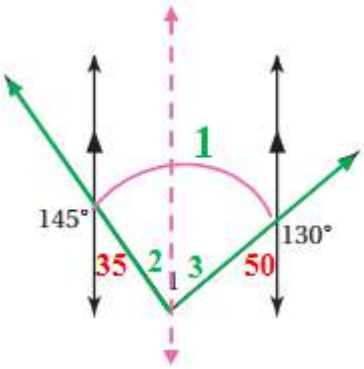
مكملة ٦٠ = ١٢٠

$2x+4=120$

$2x=116$

$x=58$

A (6



نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: $\angle 2=35$

نظرية الزاويتين المتبادلتين داخلياً: $\angle 3=50$

$\angle 1=\angle 2+\angle 3$

$\angle 1=35+50$

$\angle 1=85^\circ$

7) B

$$580 = 140 + 40x$$
$$40x = 580 - 140$$
$$40x = 440$$
$$x = 11$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

8) إجابة شبكية:

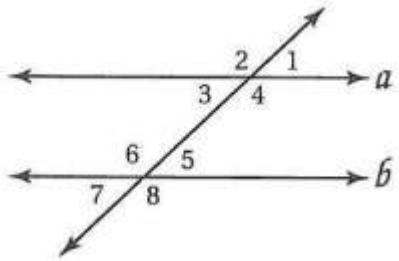
مستقيم واحد يمر بتلك النقطة ويوازي المستقين المعلوم.

9) إجابة شبكية: أوجد ميل المستقيم:

$$(4,3)\ ,(-2,-5)$$
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-3}{-2-4} = \frac{-8}{-6} = \frac{4}{3}$$

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة

10) أكمل البرهان الأتي:



العبارات	المبررات
1) $\angle 1 + \angle 8 = 180$	1) معطى
2) $m\angle 1 = 180 - m\angle 8$	2) خاصية الطرح للمساواة
3) $\angle 5 + \angle 8 = 180$	3) زاويتان متجاورتان وخاصية الجمع
4) $m\angle 5 = 180 - m\angle 8$	4) خاصية الطرح للمساواة
5) $\angle 1 \cong \angle 5$	5) خاصية التعدي
6) $a \square b$	6) عكس مسلمة الزاويتين المتناظرتين

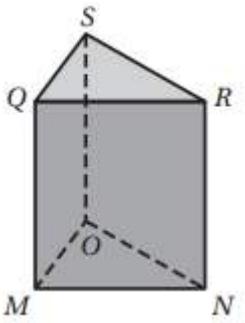
11) أكتب المعاكس الإيجابي للعبارة.

إذا لم يكن الشكل متوازي أضلاع،فإنه ليس مربعاً.

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي

أسئلة ذات إجابات مطولة

12) استعن بالشكل أدناه لتحدد كل ما يأتي:

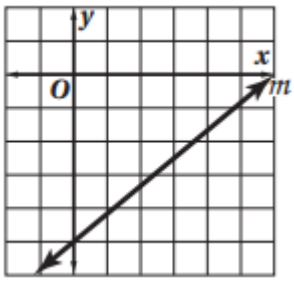


a) القطعتان المستقيمتان: $\overline{NR}, \overline{OS}$

b) المستويات: QMN, SOM, QRS, OMN

c) $\overline{MQ}$

13) استعن بالتمثيل البياني المجاور للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:



a) $y = 0.8x - 5$

b) 0.8

c) -1.25

****

حقيبة إنجاز المعلم والمعلمة إعداد أ. بندر الحازمي